УДК 528.7:629.78

Л.А. Міхеєнко, А.В. Коваленко

ТЕОРІЯ ФОРМУВАННЯ ПОЛЯ ОСВІТЛЕНОСТІ НА ВНУТРІШНІЙ ПОВЕРХНІ ІНТЕГРУЮЧОЇ СФЕРИ ФОТОМЕТРІВ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ СВІТЛОВОГО ПОТОКУ СВІТЛОДІОДІВ

Simplified mathematical models of the formation of the illumination field on the inner surface of the spherical photometer for three common schemes of constructive placement of the LED were proposed. The models are based on a combination of the method of successive reflections with the integration of illumination of rings around elementary segment symmetrically illuminated by LED. Each model takes into account the main design parameters of the photometer, which affect the level of light reflectance of the inner coating, and spatial orientation of the indicatrix of LED sources. Comparative analysis of calculations of the schemes with typical parameters shows highly informative results. It is shown that the value of the reflection coefficient of more than 0,98 and the sphere diameter less than 0,6 m significantly increases impact of the volatility of these parameters on the overall error of the photometer. If the total indicatrix of LED is narrowing, the total illumination decreases when placing it on the wall of the sphere, and increases – when placed in the center. The results of calculations can be used to select the optimal photometer scheme for the given parameters of LED, and select the optimal parameters values of its design. **Keywords:** metrology, optical radiometry, photometry, flux measurements of LEDs.

Вступ

Світлодіоди (СД) нині є одними з найперспективніших випромінювачів. Світлодіодна промисловість бурхливо розвивається, і система характеристик та параметрів поки ще не усталена. Виробники самі пропонують свої методики вимірювань характеристик СД, зокрема повного та часткового світлового потоку, але найбільш прийнятими є вимірювання за допомогою фотометрів на основі інтегруючої сфери (IC). У міжнародних нормативних документах з метрології СД [1-3] трапляються три основні схеми таких фотометрів. У першому випадку СД вмонтовано в стінку сфери так, що його випромінююча поверхня збігається із внутрішньою поверхнею сфери. В другому випадку випромінююча поверхня СД розміщена в центрі сфери. В третьому випадку СД встановлюється перед вхідним вікном сфери в стандартній геометрії, рекомендованій Міжнародною комісією з освітлення (МКО) [1] для вимірювання часткового потоку світлодіодів.

Частковий світловий потік СД — це потік випромінювання, обмежений певним тілесним кутом. Використання різних тілесних кутів утруднює порівняння результатів вимірювань різних лабораторій, тому МКО рекомендує використовувати стандартний ряд кутів: 40°, 60°, 90°, 120° для СД з різною направленістю індикатриси.

Світловий потік (повний і частковий) у всіх трьох схемах вимірюється методом порівняння з еталонним СД такого ж типу, з аналогічним просторовим і спектральним розподілом. Фотометрична головка при цьому повинна мати косинусоїдальну просторову характеристику чутливості та добру відповідність кривій спектральної чутливості стандартного спостерігача.

Очевидно, що результати вимірювання світлового потоку за цими схемами будуть різнитися між собою. Детальний порівняльний аналіз точності кульових фотометрів у науковій літературі на сьогодні відсутній [4–6]. Проведення такого аналізу ускладнюється необхідністю попередньої розробки фізико-математичної моделі кожної схеми. Найбільш вдало для розв'язання цієї задачі підходить теорія дифузного випромінювача [7], розроблена одним із авторів раніше.

Постановка задачі

Метою роботи є розробка та порівняльний аналіз спрощених математичних моделей формування поля освітленості на внутрішній поверхні кульового фотометра в першому наближенні для трьох схем конструктивного розміщення СД відносно IC, рекомендованих МКО [1] для вимірювання потоку СД.

Вихідні умови

Розрахунки проводились для СД середньої та високої потужності, більшість із яких у своїй конструкції мають метало-полімерну пластину для тепловідводу та кріплення і випромінюють тільки в передню півсферу. Індикатрису випромінювання таких СД можна в першому наближенні апроксимувати косинусною залежністю вигляду

$$I(\theta) = I_0 \cos^m(\theta), \qquad (1)$$

де I_0 — осьова сила світла СД, θ — половина плоского кута при вершині конуса випромінювання з тілесним кутом Ω , m — порядок косинусності індикатриси. Дослідження номенклатури сучасних СД показують, що на ринку широко розповсюджені СД з напівшириною індикатриси випромінювання 2 θ від 60° до 135°, що відповідає значенням порядку косинусності m від 5 до 0,7. Абсолютна більшість СД при цьому має кут 2 θ = 120° (m = 1). З урахуванням цього розрахунки проводились для m = 1 і m = 5.

Світлодіод на стінці ІС

Розглянемо особливості формування поля освітленості на внутрішній поверхні ІС у першому випадку (рис. 1). Припустимо, СД випромінює монохроматичний потік з косинусною індикатрисою (1), оптична вісь якої проходить через центр ІС. За аналогією з методикою, описаною в статті [7], отримуємо формулу залежності сумарної освітленості поверхні сфери від основних впливаючих факторів:

$$E_{\Sigma 1} = \frac{I_0}{D^2} \cdot \frac{\cos^{m+1}(\theta_{e\phi}) - 1}{\cos^2(\theta_{e\phi}) - 1} \cdot \left[1 + \frac{\rho \sin^2(\theta_{e\phi})}{1 - A_0(D, D_{\Pi B})}\right],$$

де D — діаметр IC; $D_{\Pi B}$ — діаметр отвору в IC для приймача випромінювання (ПВ), ρ — коефіцієнт відбивання покриття IC, покладеного за ламбертівський випромінювач; $\theta_{e\phi}$ — половина плоского ефективного кута випромінювання на рівні індикатриси 0,05; $A_0(D, D_{\Pi B})$ відносна ефективна розсіювальна поверхня сфери, визначена за формулою

$$A_{0}(D, D_{\Pi B}) = \frac{A_{c\phi}(D) - A_{\Pi B}(D_{\Pi B})}{A_{c\phi}(D)}, \qquad (2)$$

де $A_{c\phi}(D)$ — площа внутрішньої поверхні IC; $A_{\Pi B}(D_{\Pi B})$ — площа отвору в IC для ПВ.



Рис. 1. Світлодіод на стінці ІС. Випромінювальна поверхня збігається з внутрішньою поверхнею сфери

Світлодіод у центрі ІС

У другому випадку випромінююча поверхня розміщена в центрі сфери (рис. 2). Загальний потік, що випромінює СД, можна визначити як

$$\Phi_{0} = \int_{\Omega} I(\theta) d\Omega = 2\pi I_{0} \int_{0}^{\pi/2} \sin(\theta) \cos^{m}(\theta) d\theta.$$

$$P_{0}(\theta) = 2\pi I_{0} \int_{0}^{\pi/2} \sin(\theta) \cos^{m}(\theta) d\theta.$$

$$F_{\Sigma\Pi} = \frac{\Pi B}{E_{0}}$$

$$F_{0}(\theta) = \frac{1}{2\theta} \int_{0}^{\theta} \frac{1}{\theta} \int_{0}^{\theta}$$

Рис. 2. Випромінювальна поверхня розміщена в центрі сфери

Для врахування впливу на потік Φ_0 тільки вигляду індикатриси СД введемо коефіцієнт нормування осьової сили світла СД за величиною повного потоку в півсферу [7]:

$$K_m = \frac{m+1}{2} \, .$$

Тоді потік у межах кута 20 визначається як

$$\Phi_0(\theta, m) = 2\pi K_m I_0 \int_0^\theta \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta.$$

Освітленість $E_0(\theta, m)$ елементарного сегмента сфери $dP_c(\theta)$ становить

$$E_0(\theta,m) = \frac{d\Phi_0(\theta,m)}{dP_c(\theta)} = \frac{K_m}{R^2} I_0 \cos^m(\theta),$$

де $P_{\rm c}(\theta) = 2\pi R^2 (1 - \cos(\theta))$ — площа освітленої поверхні сегмента, $dP_{\rm c}(\theta) \frac{\partial P_{\rm c}(\theta)}{\partial \theta} = 2\pi R^2 \sin(\theta) d\theta$, R — радіус IC.

Ефективна освітленість сегмента $P_{\rm c}$, визначеного кутом $2\theta_{\rm eb}$, становить

$$E_{0e\phi}(\theta,m) = \frac{\int_{0}^{\theta_{e\phi}} d\Phi_{0}(\theta,m)}{\int_{0}^{\theta_{e\phi}} dP_{c}(\theta)} = \frac{I_{0}(\cos^{m+1}(\theta_{e\phi}) - 1)}{2R^{2}(\cos(\theta_{e\phi}) - 1)}.(3)$$

Ділянка P_c сама стає вторинним дифузним випромінювачем. Припустимо, що просторовий коефіцієнт відбивання є сталим у всіх напрямках і лежить у діапазоні від 0,95 до 0,99. У такому випадку ефективний потік, що випромінюється ділянкою P_c у тілесний кут 2π стерадіан, становить

$$\Phi_{1} = \int_{0}^{\pi/2} \rho(\varphi) d\varphi \int_{0}^{\theta_{e\phi}} E_{0}(\theta) d\theta \int_{0}^{\theta_{e\phi}} P_{c}(\theta) d\theta =$$
$$= \rho E_{0e\phi} P_{ce\phi}, \qquad (4)$$

де

$$P_{\rm c\,e\varphi} = \int_{0}^{\theta_{\rm e\varphi}} dP_{\rm c}(\theta) = 2\pi R^2 \int_{0}^{\theta_{\rm e\varphi}} \sin(\theta) d\theta =$$
$$= 4\pi R^2 \sin^2 \left(\frac{\theta_{\rm e\varphi}}{2}\right). \tag{5}$$

Своєю чергою потік Φ_1 створить освітленість E_1 на всій поверхні IC:

$$E_1 = \frac{\Phi_1}{A_{c\phi}} = \frac{\rho E_{0e\phi} P_{ce\phi}}{A_{c\phi}}.$$
 (6)

Не зайнята отворами поверхня IC $(A_{c\phi} - A_{\Pi B})$ з освітленістю E_1 стане вторинним випромінювачем із загальним потоком:

$$\Phi_{2} = \rho E_{1}(A_{c\phi} - A_{\Pi B}) =$$
$$= E_{0e\phi} \frac{P_{ce\phi}}{A_{c\phi}} \rho^{2}(A_{c\phi} - A_{\Pi B}).$$
(7)

Потік Φ_2 створить, відповідно, вторинну освітленість E_2 :

$$E_2 = \frac{\Phi_2}{A_{c\phi}} = E_{0e\phi} \frac{P_{ce\phi}}{A_{c\phi}} \rho^2 \frac{A_{c\phi} - A_{\Pi B}}{A_{c\phi}}.$$
 (8)

Кожне наступне відбивання створить освітленість E_n :

$$E_{n} = E_{0 e \phi} \frac{P_{c e \phi}}{A_{c \phi}} \rho^{n} (A_{0})^{n-1}, \qquad (9)$$

де *n* – номер відбивання.

Сумарна освітленість поверхні IC становитиме

$$E_{\Sigma} = E_{0e\phi} + \sum_{n=1}^{\infty} E_{0e\phi} \frac{P_{ce\phi}}{A_{c\phi}} \rho^{n} (A_{0})^{n-1} = E_{0e\phi} + \frac{E_{0e\phi}}{A_{c\phi}} \frac{P_{ce\phi}}{A_{c\phi}} \rho = E_{0e\phi} \left(1 + \frac{\rho P_{ce\phi}}{A_{c\phi}(1-\rho A_{0})} \right)$$
(10)

або з урахуванням (2), (3) і (5)

$$E_{\Sigma 2} = \frac{2I_0}{D^2} \cdot \frac{\cos^{m+1}(\theta_{e\phi}) - 1}{\cos(\theta_{e\phi}) - 1} \cdot \left[1 + \frac{\sin^2\left(\frac{\theta_{e\phi}}{2}\right) \cdot \rho}{1 - \rho A_0 (D, D_{\Pi B})}\right].$$

Світлодіод перед вхідною діафрагмою ІС

У третій схемі випромінююча поверхня розміщена перед вхідною концентричною діафрагмою так, що оптична вісь СД проходить через центр IC (рис. 3). Згідно з рекомендаціями МКО для вимірювання часткового потоку СД, діаметр діафрагми вхідного вікна становить 50 мм, а відстань від СД до діафрагми вибирається таким чином, щоб забезпечити кут використання індикатриси випромінювання 40°, 60°, 90° або 120°, — залежно від значення напівширини індикатриси. Вважатимемо, що відстань відкладається від центра випромінюючої площадки, хоча на практиці прийнято вимірювати відстань від вершини СД.



Рис. 3. Випромінююча поверхня розміщена перед вхідною діафрагмою сфери

СД через вхідну діафрагму освітлює частину протилежної поверхні, яка утворює уявний сегмент сфери з висотою h і радіусом основи r (рис. 4). Очевидно, що площа освітленої поверхні сегмента дорівнює

$$P_{\rm c} = 2\pi Rh \,, \tag{11}$$

де R — радіус IC.



Рис. 4. Стандартна геометрія вимірювання часткового потоку СД

Щоб знайти *h*, запишемо залежність для цієї геометрії (рис. 4):

$$tg(\theta) = \frac{r}{d - h_{a} + 2R - h} = \frac{\sqrt{2hR - h^{2}}}{\frac{25}{tg(\theta)} + \sqrt{R^{2} - 25^{2}} + R - h},$$
 (12)

де h_a — висота сегмента сфери, основою якого є діафрагма діаметром 50 мм; d — відстань від СД до діафрагми.

Привівши рівняння (12) до загального вигляду, отримаємо

$$\sqrt{2hR-h^2} - (\sqrt{R^2-25^2} + R - h) \cdot tg(\theta) = 0.$$

Розв'язавши рівняння відносно *h*, отримаємо

$$h(\theta, R) = \frac{R + 25\operatorname{tg}(\theta) + (R + \sqrt{R^2 - 625}) \cdot \operatorname{tg}^2(\theta)}{\operatorname{tg}^2(\theta) + 1} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2(\theta) + 1}$$

$$\frac{\sqrt{R^2 - 50 \operatorname{tg}(\theta)} \cdot \sqrt{R^2 - 625 + 625(\operatorname{tg}^2(\theta) - 1)}}{\operatorname{tg}^2(\theta) + 1}.$$
 (13)

Підставивши вираз (13) в (11) з урахуванням того, що для сфери D = 2R, отримаємо залежність для площі освітленої поверхні сегмента:

$$P_{c}(\theta, D) = \pi D \cdot h(\theta, D).$$

За аналогією з формулою (3), освітленість ділянки сегмента $P_c(\theta, D)$ становить

$$E_{0\,\mathrm{e}\phi}(\theta,m) = \frac{\int\limits_{0}^{\theta_{\mathrm{e}\phi}} d\,\Phi_{0}(\theta,m)}{\int\limits_{0}^{\theta_{\mathrm{e}\phi}} d\,P_{\mathrm{c}}(\theta,D)}$$

Провівши розрахунки для цього випадку, аналогічні формулам (4)—(10), отримуємо вираз для сумарної освітленості поверхні IC для геометрії третього випадку (рис. 3):

$$E_{\Sigma 3} = E_{0e\phi} \left(1 + \frac{\rho P_{ce\phi}}{A_{c\phi}(1 - \rho A_0)} \right) =$$
$$= \frac{\int_{0}^{\theta_{e\phi}} d\Phi_0(\theta, m)}{\int_{0}^{\theta_{e\phi}} dP_c(\theta, D)} \cdot \left(1 + \frac{\rho \int_{0}^{\theta_{e\phi}} dP_c(\theta, D)}{A_{c\phi}(1 - \rho A_0)} \right).$$

Аналіз отриманих моделей

Проаналізуємо отримані залежності сумарної освітленості внутрішньої поверхні фотомет-

ра для трьох схем розміщення СД відносно IC. Побудуємо графіки залежності сумарної освітленості внутрішньої поверхні IC від її діаметра D, діаметра приймача випромінювання $D_{\Pi B}$, усередненого коефіцієнта відбиття внутрішньої поверхні сфери ρ та відстані d між СД і вхідним вікном IC. Розрахунки проведемо для таких значень конструктивних параметрів IC: D = 0,5 м; $D_{\Pi B} = 25$ мм; $\rho = 0,98$; $I_0 = 1$ кд; $D_a = 50$ мм, d = (1,3; 14,4) мм для рівня індикатриси 0,05; d = (14,4; 43,3) мм для рівня індикатриси 0,5. Для першої та другої схеми $\theta_{e\phi}$

взято для рівнів індикатрис 0,05.

З графіка (рис. 5) видно, що зі збільшенням діаметра IC від 0,2 м до 0,6 м сумарна освітленість її поверхні досить різко спадає, особливо для першої та другої схем. При подальшому збільшенні діаметра IC освітленість спадає повільніше і майже однаково для всіх схем. Тому можна зробити висновок, що для фотометрів усіх трьох схем для зменшення впливу нестабільності діаметра IC на результати вимірювання необхідно збільшувати діаметр IC до 0,6 м і більше.



Рис. 5. Графік залежності E_{Σ} від діаметра сфери: I - CД на стінці IC, 2 - CД у центрі IC, 3 - CД перед вхідним вікном IC ($3_{(0,5)} - для$ рівня індикатриси 0,5). Пунктирні лінії для m = 5, суцільні – для m = 1

Для всіх схем (рис. 6) освітленість поверхні IC починає відчутно спадати тільки після збільшення діаметра приймача випромінювання (в цьому випадку — більше 10—15 мм). Очевидно, що значне збільшення $D_{\Pi B}$ має супроводжуватися збільшенням діаметра ІС для збереження похибки вимірювання на тому ж рівні.



Рис. 6. Графік залежності E_{Σ} від діаметра приймача випромінювання: I - CД на стінці IC, 2 - CД у центрі IC, 3 - CД перед вхідним вікном IC ($\mathcal{J}_{(0,5)} - для$ рівня індикатриси 0,5). Пунктирні лінії для m = 5, суцільні – для m = 1



Рис. 7. Графік залежності E_{Σ} від усередненого коефіцієнта відбиття: 1 - CД на стінці IC, 2 - CД у центрі IC, 3 - CД перед вхідним вікном IC ($3_{(0,5)} - для$ рівня індикатриси 0,5). Пунктирні лінії для m = 5, суцільні – для m = 1

Зі збільшенням коефіцієнта відбиття покриття внутрішньої поверхні IC понад 0,98 (рис. 7) значно зростає крутизна характеристики $E_{\Sigma}(\rho)$, що призводить до підвищення чутливості результату вимірювань до часової нестабільності коефіцієнта відбиття. Тому при проектуванні слід враховувати, що до покриття з $\rho > 0,98$ зростають вимоги по часовій стабільності, особливо для схем 1 і 2.

Як видно з графіків (див. рис. 5, 6, 7), залежності сумарної освітленості поверхні IC від конструктивних параметрів для перших двох схем різняться всього на кілька відсотків і незначно змінюються при зміні порядку косинусності індикатриси СД. За тих же умов криві для третьої схеми значно відрізняються та змінюються зі зміною індикатриси СД. При звуженні індикатриси СД сумарна освітленість: зменшується на кілька відсотків для схеми 1, зростає на кілька відсотків для схеми 2, зростає на 30–50 % для схеми 3.

- 1. *CIE 127–1997* "Measurement of LEDs", Int. Commission on Illumination (CIE) Technical Report, 2nd ed., CIE Central Bureau, Vienna, 2007.
- 2. *IES LM-79-08* "Approved Method: Electrical and Photometric Measurements of Solid-State Lighting Products", New York, 2008.
- Приборы осветительные. Светотехнические требования и методы испытаний: ГОСТ Р 54350-2011. – М.: Стандартинформ, 2011.
- Метрологическое обеспечение нанотехнологий и продукции наноиндустрии: Учеб. пособие / Под ред. В.Н. Крутикова. – М.: Логос, 2011. – 592 с.

Рекомендована Радою приладобудівного факультету НТУУ "КПІ"

Висновки

Розроблені спрощені математичні моделі формування поля освітленості на внутрішній поверхні кульового фотометра для трьох найбільш розповсюджених конструктивних схем дають можливість провести розрахунок у першому наближенні, а також проаналізувати та порівняти технічні характеристики кульових фотометрів стандартних схем на етапі проектування. Розрахунок на прикладі типових конструктивних параметрів для IC діаметром 0,5 м показує високу інформативність і чутливість цього методу. Результати розрахунків можна використати для вибору оптимальної схеми фотометра за заданих параметрів СД та підбору оптимальних значень параметрів його конструкції.

Подальших досліджень потребує вплив нестабільності кожного параметра наведених схем на загальну похибку вимірювання світлового потоку.

- 5. *Кариу Н.* Интегрирующая сфера: теоретические основы измерения оптического излучения // Светотехника. 2011. № 2. С. 36–38.
- Круглов О.В., Кузьмин В.Н., Томский К.А. Измерение светового потока светодиодов // Там же. – 2009. – № 3. – С. 34–36.
- Міхеєнко Л.А., Тимофеєв О.С. Теорія дифузного випромінювача на основі інтегруючої сфери з світловипромінюючими діодами // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2011. – № 1. – С. 129–135.

Надійшла до редакції 24 вересня 2013 року