

УДК 621.311.003.13

В.Ф. Находов, О.В. Бориченко, Д.О. Іванько

ВИБІР МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ВСТАНОВЛЕННЯ “СТАНДАРТІВ” ЕНЕРГОСПОЖИВАННЯ ВИРОБНИЧИХ ОБ’ЄКТІВ НА ОСНОВІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОГО ПІДХОДУ

The necessity of improvement of approaches monitoring energy resources consumption efficiency, which are applicable today in Ukraine and are based on a system of rationing of specific expenses of fuel and energy, is analyzed. For this purpose the possibility of application of the operational management of fuel and energy resources consumption efficiency, which represent set of so-called systems of planning and control of energy consumption was shown. Some methods of energy resources consumption mathematical modeling which can be applied to establishment “standards” of power consumption in operative control systems of fuel and energy use efficiency are considered. Approach to a choice of the mathematical model for use on a number of quantitative criteria of their adequacy taking into account additional “qualitative” criteria allowing to take into account other advantages and disadvantages of the considered models is offered. The technique of numerical values determination of “qualitative” criteria by means of mathematical apparatus of fuzzy logic is given. For the purpose of choice problem solution of the method of modeling by several criteria at the same time possibility of technique application of criteria “importance” ranging, and also a method of the environment functioning analysis (DEA the analysis, Data Envelopment Analysis) is considered.

Keywords: operational control system of energy efficiency, “standard” of energy consumption, criteria of adequacy of mathematical models, fuzzy logic, technique of criteria “importance” ranging, DEA (Data Envelopment Analysis) analysis.

Вступ

Практичне вирішення проблеми енергозбереження, тобто підвищення рівня ефективності використання паливно-енергетичних ресурсів (ПЕР) у суспільному виробництві, є важливою та актуальною проблемою для України. Без вирішення цієї проблеми неможливо забезпечити зниження собівартості вітчизняної продукції та підвищення її конкурентоспроможності.

Досягнення помітних і стабільних результатів енергозбереження у виробничій сфері вимагає систематичного управління ефективністю використання палива та енергії на всіх рівнях господарювання, починаючи від державного регулювання і закінчуючи управлінням енергоефективністю окремих енергоємних установок чи технологічних процесів. Однією з першочергових функцій управління енергозбереженням є контроль ефективності використання ПЕР.

Підходи до контролю ефективності використання ПЕР, що застосовуються сьогодні в Україні і ґрунтуються на відомій системі нормування питомих витрат палива та енергії, не забезпечують якісного, об’єктивного виконання цієї важливої функції управління енергозбереженням. Таким чином, існуюча система контролю ефективності енерговикористання у виробничій сфері, яка є найбільшим споживачем, зокрема, електричної енергії, потребує якнайскорішого удосконалення та подальшого розвитку.

Відомо, що починаючи з 80-х років минулого століття у Великобританії, а потім і у багатьох інших економічно розвинених країнах світу, на промислових і комерційних об’єктах були запроваджені системи енергетичного менеджменту, які виконують функції управління енерговикористанням. До складу кожної з таких систем обов’язково входить підсистема оперативного керування ефективністю використання паливно-енергетичних ресурсів, яка являє собою сукупність так званих систем контролю і планування енергоспоживання (систем КіП), відомих у зарубіжній літературі під назвою Monitoring and Targeting Systems [1, 2].

У системах КіП рівень ефективності використання палива чи енергії на будь-якому виробничому об’єкті визначається через порівняння фактичних обсягів споживання відповідного енергоресурсу з так званим “стандартом” енергоспоживання. При цьому як “стандарт” енергоспоживання використовують певну математичну модель споживання палива або енергії, побудовану для даного виробничого об’єкта залежно від одного або кількох чинників, які істотно впливають на величину витрати енергоресурсу, що розглядається, на виконання відповідних технологічних процесів [3].

У зарубіжній практиці “стандарти” енергоспоживання для будь-яких об’єктів контролю ефективності використання ПЕР здебільшого встановлюють у вигляді спрощених математичних моделей, наприклад однофакторних ліній-

них рівнянь регресії, або навіть у вигляді константи. Інколи для цієї мети застосовують більш складні, багатofакторні математичні моделі, однак при цьому рекомендується включати до таких моделей не більше трьох незалежних змінних [4, 5].

Звісно, таке спрощення робить процедуру встановлення “стандартів” енергоспоживання досить простою, але, з іншого боку, воно не дає змоги враховувати вплив численних чинників на зміну обсягів споживання палива чи енергії виробничими об’єктами. Також слід додати, що вплив більшості чинників на енергоспоживання технологічних чи господарських об’єктів має нелінійний характер, чого також не враховують спрощені математичні моделі [6].

Таким чином, коректне вирішення питань, якими мають бути математичні моделі, що використовуються для встановлення “стандартів” споживання палива чи енергії на кожному конкретному виробничому об’єкті, якими методами необхідно будувати такі моделі, є принципово важливим при побудові та подальшому функціонуванні систем оперативного контролю енергоефективності.

На сьогодні існує багато методів побудови складних одно- та багатofакторних математичних моделей, створено багато програмних продуктів, які спрощують і роблять доступним їх використання фахівцями-виробничниками.

Постановка задачі

Метою роботи є розроблення коректної та дієвої методики до вибору математичної моделі для побудови “стандартів” енергоспоживання на основі кількісних критеріїв адекватності та з урахуванням додаткових “якісних” критеріїв, які дають можливість брати до уваги інші переваги та недоліки моделей, що розглядаються.

Методика досліджень

Авторами цієї статті в праці [7] було проаналізовано можливість і доцільність застосування таких програмних засобів, як Matlab і Statistika, для встановлення “стандартів” енергоспоживання в системах оперативного контролю ефективності використання ПЕР виробничими об’єктами.

На прикладі статистичних даних про споживання електроенергії та виробництво продукції автоматизованою лінією розливу напоїв

із застосуванням зазначених програмних засобів були одержані різні за складністю багатofакторні математичні моделі споживання електричної енергії лінією, зокрема [7]:

– об’єднанням “індивідуальних” математичних моделей для кожного з можливих варіантів технологічного процесу:

$$P_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^N f(Q_i) = f(Q_5) + f(Q_8) + f(Q_{11}),$$

де Q_5, Q_8, Q_{11} – кількість випущеної “продукції”, відповідно номери 5, 8 і 11.

“Індивідуальна” математична модель для випуску продукції з умовним номером 5, побудована у вигляді періодичної функції:

$$\begin{aligned} f(Q_5) = & 191,9 - 1,2 \cdot \cos(Q_5 \cdot 0,01) - \\ & - 10,9 \cdot \sin(Q_5 \cdot 0,01) + 0,06 \cdot \cos(Q_5 \cdot 0,02) - \\ & - 2,7 \cdot \sin(Q_5 \cdot 0,02) - 1,7 \cdot \cos(Q_5 \cdot 0,03) - \\ & - 3,3 \cdot \sin(Q_5 \cdot 0,03); \end{aligned}$$

математичні моделі для випадку випуску продукції 8 та 11 матимуть аналогічний вигляд;

– побудови рівняння багатofакторної лінійної регресії:

$$\begin{aligned} P_{\text{сум}} = & 432,7953 + \\ & + 0,0396 \cdot Q_5 + 0,0959 \cdot Q_8 + 0,0577 \cdot Q_{11}; \end{aligned}$$

– багатofакторної нелінійної регресії у вигляді простого полінома:

$$\begin{aligned} P_{\text{сум}} = & 490,4928 + 8,46 \cdot 10^5 \cdot Q_{11}^2 + \\ & + 9,24 \cdot 10^5 \cdot Q_8 + 2,11 \cdot 10^{-14} \cdot Q_5^5 - 3,67 \cdot 10^{-8} \cdot Q_{11}^3; \end{aligned}$$

– багатofакторної нелінійної регресії у вигляді полінома з використання специфічних функцій:

$$\begin{aligned} P_{\text{сум}} = & 415,816 + 0,00008 \cdot Q_{11}^2 + 4,42 \cdot \sqrt{Q_8} + \\ & + 2,142 \cdot 10^{-14} \cdot Q_5^5 - 3 \cdot 10^8 \cdot Q_{11}^3; \end{aligned}$$

– побудовою радіальної базисної нейронної мережі GRNN (Generalized Regression Neural Network) [8].

Розрахунки були виконані на прикладі однієї робочої доби, при цьому протягом зазначеного періоду лінією випускалася продукція з умовними номерами 5, 8 і 11.

Одержані результати свідчать, що з використанням широко доступних програмних за-

собів на основі наявних статистичних даних фахівцями, які не мають спеціальної підготовки в галузі математичного моделювання, можуть бути побудовані достатньо складні моделі, цілком придатні для встановлення "стандартів" у системах оперативного контролю ефективності використання ПЕР виробничими об'єктами. Однак при цьому залишається відкритим питання, яку саме математичну модель з досить широкого їх набору найбільш доцільно в подальшому застосовувати на тому чи іншому конкретному об'єкті з метою контролю його енергоефективності.

Для вибору найбільш адекватної математичної моделі в багатьох літературних джерелах [9] рекомендується оцінювати моделі не за одним, а за кількома критеріями одночасно. На практиці існує досить широкий набір критеріїв, які

дають змогу зробити висновок про адекватність тієї чи іншої математичної моделі залежно від поставленої мети моделювання, однак при цьому слід мати на увазі, що деякі з цих критеріїв фактично дублюють один одного, тому до їх вибору необхідно поставитися уважно, щоб уникнути зайвих розрахунків.

Наприклад, для вибору найбільш адекватної з наведених вище математичних моделей електроспоживання лінії розливу напоїв автотранспорту цієї статті було використано кілька різних за змістом критеріїв: середню похибку апроксимації A , %, критерій Фішера (F -критерій), залишкову дисперсію моделі $D_{\text{зал}}$, інформаційний критерій Акаїке (AKI), критерій Шварца (BIC) (табл. 1). Розрахункові величини цих критеріїв подано в табл. 2.

Таблиця 1. Критерії адекватності математичних моделей

Назва критерію	Формула	Умовні позначення	Особливості
Залишкова дисперсія	$D_{\text{зал}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_{\text{фi}} - y_i^*)^2$	$y_{\text{фi}}, y_i^*$ – фактичні та розрахункові значення змінної, n – число спостережень	Характеризує розкид значень залишків біля лінії регресії відносно загального розкиду значень. Чим менший розкид, тим краща модель
Середня похибка апроксимації	$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left \frac{y - y^*}{y} \right \cdot 100 \%$	y^*, y, n – відповідно розраховане, фактичне значення та кількість вимірів	Характеризує середнє відносне відхилення розрахункових значень від фактичних. Побудоване рівняння регресії вважається задовільним, якщо значення не перевищує 10–12 %
Критерій Акаїке (AIC)	$AIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{n}$	σ^2 – вибіркова дисперсія, n – число спостережень, k – число незалежних змінних	Винагороджує за якість наближення, але і штрафує за використання зайвої кількості параметрів моделі. Вважається, що найкращою буде модель із найменшим значенням критерію AIC
Критерій Шварца (BIC)	$BIC = \ln(\sigma^2) + \frac{k \ln n}{n}$	σ^2 – вибіркова дисперсія, n – число спостережень, k – число незалежних змінних	Штрафує вільні параметри більшою мірою, ніж критерій AIC
F -критерій	$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	σ_1^2 – більша дисперсія, σ_2^2 – менша дисперсія	Використовують для порівняння дисперсій двох варіаційних рядів. Фактичне значення F -критерію порівнюється з табличним значенням $F_{\text{табл}}(\alpha, k_1, k_2)$. Якщо фактичне значення F -критерію більше табличного – $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, – то побудовану математичну модель слід вважати неадекватною

Таблиця 2. Кількісні показники адекватності різних математичних моделей

Кри- терій	Однофакторні регресійні моделі (ряди Фур'є) $P_{\text{сум}} = f(Q_5) +$ $+ f(Q_8) + f(Q_{11})$	Багато- факторна лінійна регресія	Багатофакторна нелінійна регресія		Ней- ронна мережа GRNN
			поліноміальна	з використанням специфічних функцій	
$D_{\text{зал}}$	362,66	203,914	217,51	215,284	201,025
F	0,817453	1,146551	1,248925	1,175727	1,43609
$A, \%$	2,46885	2,043998	2,14452	2,161131	1,99836
AIK	6,176188	5,837868	5,752343	5,81274	5,61270
BIC	6,323445	5,985125	5,8996	5,959997	5,75996

Результати розрахунків, наведені в табл. 2, свідчать про те, що використання окремо кожного із зазначених критеріїв може призводити до прийняття неузгоджених рішень щодо вибору найбільш адекватної математичної моделі. Цей факт зайвий раз доводить, що вибір найбільш прийняттого методу побудови математичних моделей енергоспоживання конкретних виробничих об'єктів повинен здійснюватися одночасно за кількома різними критеріями, тобто являє собою багатокритеріальну задачу.

Однак слід зазначити, що наведені в табл. 1 критерії за своїм змістом є кількісними показниками і характеризують математичні моделі дещо однобічно, переважно відображаючи їх адекватність відповідним процесам. Тому для більш повної оцінки математичних моделей, крім наведених вище критеріїв адекватності, доцільно враховувати також деякі "якісні" критерії, які пов'язані з іншими властивостями моделей, що розглядаються.

При цьому під іншими властивостями моделі будемо розуміти сукупність деяких її додаткових характеристик (крім показників адекватності), які повинні задовольняти певні вимоги дослідника. Наприклад, як такі додаткові характеристики можуть розглядатися витрати різних ресурсів на побудову відповідної математичної моделі. Наприклад, до них можна віднести витрати часу, фінансові витрати на побудову моделі тощо.

Необхідно звернути увагу, що значення та склад "якісних" критеріїв, які ми отримуємо при застосуванні такого підходу, будуть різними для кожного конкретного виробничого об'єкта і цілком зможуть відображати індивідуальний характер виробничих умов та враховувати конкретні цілі, поставлені перед системами оперативного контролю енергоефективності.

При виборі "якісних" критеріїв для вибору найбільш прийнятної математичної моделі енергоспоживання того чи іншого виробничого

об'єкта дослідник може вирішувати, які саме додаткові характеристики моделі необхідно враховувати.

Для вирішення цього питання визначення якісних критеріїв вибору моделей можна застосувати методи експертного опитування та нечіткої логіки [10].

Визначення числових значень "якісних" критеріїв вибору найбільш прийнятної математичної моделі можна проілюструвати на прикладі такої додаткової характеристики моделей, як витрати часу на їх побудову.

Очевидно, що для кожного конкретного виробничого об'єкта припустимі витрати часу на побудову математичної моделі енергоспоживання можуть бути різними залежно від прийнятого періоду контролю енергоефективності, кількості одиниць обладнання, яке має бути охоплене контролем, від кваліфікації фахівців, які здійснюватимуть контроль ефективності енерговикористання, тощо.

Необхідно зазначити, що експерти, які братимуть участь в опитуванні з метою визначення "якісних" характеристик математичних моделей, повинні бути добре обізнаними як з особливостями функціонування виробничого об'єкта, енергоспоживання якого моделюється, так і з методикою здійснення контролю енергоефективності.

Використання різних методів побудови математичних моделей, на основі яких у подальшому будуть встановлюватись "стандарти" енергоспоживання, потребує різних фактичних витрат часу (T_{ϕ}), необхідних для виявлення складу чинників, що істотно впливають на обсяг споживання палива чи енергії на конкретному виробничому об'єкті, збору потрібних статистичних даних, а також власне для побудови відповідних моделей.

При цьому визначення величини T_{ϕ} для кожного виду математичних моделей енерго-

споживання чи методів їх побудови може здійснюватись як експериментально, так і на підставі попереднього досвіду вирішення подібних задач на інших об'єктах.

Для знаходження допустимого часу (T_d), який є прийнятним для одержання математичної моделі енергоспоживання конкретного виробничого об'єкта, що розглядається, найбільш доцільно скористатися знаннями та досвідом тих самих експертів, які раніше брали участь у визначенні складу додаткових, "якісних" критеріїв вибору найбільш прийнятної математичної моделі. З цією метою кожному з експертів пропонується на спеціальній шкалі (рис. 1) позначити ризиком орієнтовне значення витрат часу T_d (дуже незначні – ДН, незначні – Н, середні – С, високі – В, дуже високі – ДВ), яке, на його думку, є прийнятним для розв'язання зазначеної задачі на виробничому об'єкті. Лінгвістичним змінним з метою їх подальшого врахування в процесі вибору найбільш доцільної математичної моделі для встановлення "стандарту" енергоспоживання поставлено у відповідність кількісні значення витрат часу. При цьому $T_{\phi \min}$ – значення найменших фактичних витрат часу на побудову моделі енергоспоживання, з використанням математичних методів, що розглядаються, а T_k – період контролю енергоспоживання на об'єкті.

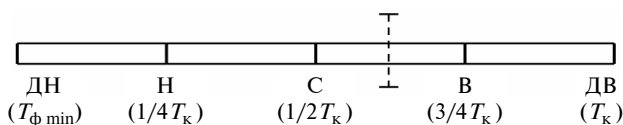


Рис. 1. Інтервальна шкала для експертного оцінювання допустимих витрат часу на побудову математичної моделі енергоспоживання виробничого об'єкта

Оскільки оцінки експертів, як правило, мають суб'єктивний характер, то подальшу обробку їх думок доцільно здійснювати із застосуванням математичного апарату нечіткої логіки. Цей математичний апарат дає змогу визначити рівень достовірності суб'єктивної оцінки кожного експерта величини допустимих витрат часу на побудову математичної моделі енергоспоживання виробничого об'єкта її дійсному значенню.

Для ілюстрації процесу визначення експертним шляхом допустимого часу побудови математичної моделі енергоспоживання на інтервальній шкалі, що використовується для опитування, можуть бути позначені, наприк-

лад, п'ять можливих рівнів зазначеного нечіткого параметра (див. рис. 1). У цьому випадку для обробки результатів опитування експертів необхідно побудувати сімейство з п'яти кусково-лінійних функцій належності зазначеної нечіткої величини (рис. 2).

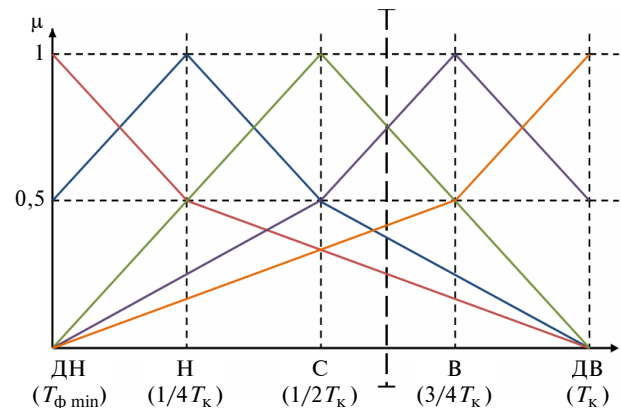


Рис. 2. Функції належності нечіткого параметра допустимого часу побудови математичної моделі енергоспоживання деякого виробничого об'єкта

Функції належності визначаються рівняннями

$$\mu_0(T) = \begin{cases} 1 - \frac{T}{2}, & T \in (0, 1], \\ \frac{2}{3} - \frac{T}{6}, & T \in (1, 4]; \end{cases} \quad (1)$$

$$\mu_{1/4 T_{\phi \max}}(T) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{T}{2}, & T \in [0, 1], \\ \frac{3}{2} - \frac{T}{2}, & T \in (1, 2], \\ 1 - \frac{T}{4}, & T \in (2, 4]; \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_{1/2 T_{\phi \max}}(T) = \begin{cases} \frac{T}{2}, & T \in [0, 2], \\ 2 - \frac{T}{2}, & T \in (2, 4]; \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu_{3/4 T_{\phi \max}}(T) = \begin{cases} \frac{T}{4}, & T \in [0, 2], \\ \frac{T}{2} - \frac{1}{2}, & T \in (2, 3], \\ \frac{5}{2} - \frac{T}{2}, & T \in (3, 4]; \end{cases} \quad (4)$$

$$\mu_{T_{\Phi \max}}(T) = \begin{cases} \frac{T}{6}, & T \in [0, 3], \\ \frac{T}{2} - 1, & T \in (3, 4]. \end{cases} \quad (5)$$

Для оцінки кожним експертом величини допустимого часу побудови математичної моделі енергоспоживання T_d на підставі наведених на рис. 2 функцій належності графічно або на підставі рівнянь (1)–(5) можна визначити п'ять значень рівнів достовірності μ_j^k збігу оцінки експерта з одним із можливих рівнів значень нечіткого параметра (де j – умовний номер відповідного рівня значень, k – умовний номер експерта).

На підставі знайдених таким чином рівнів достовірності μ_j^k можна розрахувати середні рівні достовірності, які відображають ступінь збігу оцінок всіма експертами допустимого часу побудови математичної моделі енергоспоживання з кожним рівнем значення цього нечіткого параметра:

$$\mu_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mu_j^k,$$

де N – кількість експертів.

За розрахованими середніми суб'єктивними ймовірностями можна визначити найбільш ймовірну величину допустимих витрат часу на побудову математичної моделі енергоспоживання деякого виробничого об'єкта (табл. 3). З табл. 3 видно, що найбільша середня суб'єктивна ймовірність буде при $3/4T_k$, тому T_d покладемо рівним $3/4T_k$.

Отримане найбільш ймовірне значення допустимих витрат часу на побудову моделі енергоспоживання надалі можна розглядати як “чітку” величину. При цьому всі методи побудови математичних моделей, при застосуванні яких розв'язання цієї задачі вимагатиме витрат часу

більше T_d , повинні бути виключенні з подальшого розгляду.

Таблиця 3. Визначення найбільш ймовірного допустимого часу побудови математичних моделей енергоспоживання

Рівень суб'єктивні ймовірності	Умовний номер експерта				Середні суб'єктивні ймовірності
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	
ДН($T_{\Phi \min}$)	0,28	0,22	0,1	0,14	0,18
H($1/4 T_k$)	0,38	0,34	0,13	0,23	0,27
C($1/2 T_k$)	0,8	0,63	0,3	0,42	0,53
B($3/4 T_k$)	0,8	0,9	0,8	0,92	0,85
ДВ(T_k)	0,42	0,45	0,8	0,6	0,56

Для подальшого врахування розглянутої “якісної” характеристики при виборі найбільш прийнятної моделі енергоспоживання деякого виробничого об'єкта для кожного виду математичної моделі чи методу її побудови може бути знайдене числове значення зазначеного додаткового критерію за такою формулою:

$$T_i = \frac{T_{\Phi i}}{T_d},$$

де i – умовний номер виду математичної моделі чи методу моделювання енергоспоживання.

Наприклад, при періоді контролю, рівному одній годині, експериментально були отримані витрати часу на побудову багатофакторної лінійної регресії, які дорівнюють 22 хв 30 с. Тоді

$$T = \frac{22,5}{3/4 \cdot 60} = 0,5.$$

Розрахункові величини “затрат” часу на побудову моделі T , фінансових затрат C , затрат виробничих ресурсів K для всіх якісних критеріїв оцінки різних методів побудови математичних моделей наведено в табл. 4.

Таблиця 4. Якісні критерії адекватності математичних моделей

Якісні критерії	Однофакторні регресійні моделі (ряди Фур'є) $P_{\text{сум}} = f(Q_5) + f(Q_8) + f(Q_{11})$	Багатофакторна лінійна регресія	Багатофакторна нелінійна регресія		Нейронна мережа GRNN
			поліноміальна	з використанням специфічних функцій	
Витрати часу T	0,709	0,5	0,59	0,62	0,34
Фінансові витрати C	0,67	0,4	0,45	0,5	0,4
Витрати виробничих ресурсів K	0,56	0,4	0,34	0,32	0,45

Унаслідок наявності невизначеності при оцінці найбільш адекватної моделі за кількома критеріями її вибір значно ускладнюється. Одним із підходів до розв'язання задачі з вибору математичної моделі за кількома критеріями є обчислення зваженої суми всіх критеріїв для кожної моделі з подальшим розв'язанням задачі стандартним однокритеріальним порівнянням.

Обчислення зваженої суми всіх критеріїв може бути вирішене цілою групою методів у рамках теорії "багатокритеріальної корисності". Наприклад, розглянемо розв'язання цієї задачі методом ранжування критеріїв за "важливістю" [11].

Для розрахунку будемо використовувати обернені величини від кількісних і якісних критеріїв. Більша величина зваженого критерію вказуватиме на кращу модель.

Для визначення коефіцієнтів "переваг", які в подальшому будуть використані для визначення ваг усіх критеріїв, необхідно задати рівні "переваг". Задамо три рівні: сильно переважає – 4 бали, слабо переважає – 2 бали, рівні за значущістю – 1 бал.

Нехай у результаті опитування були отримані такі відповіді.

Критерій $D_{\text{зал}}$ сильно переважає критерій F – $\alpha_{12} = 4$;

Критерій A , % слабо переважає критерій F – $\alpha_{23} = 1/2$;

Критерій AIK сильно переважає критерій A , % – $\alpha_{34} = 1/4$;

Критерії AIK та BIC рівні за значущістю – $\alpha_{45} = 1$;

Критерій AIK сильно переважає критерій T – $\alpha_{56} = 4$;

Критерій C сильно переважає критерій T – $\alpha_{67} = 1/4$;

Критерій C сильно переважає критерій K – $\alpha_{12} = 4$.

Використовуючи співвідношення

$$a_{ij} = a_i / a_j$$

та умову нормованості вектора ваг

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1,$$

складемо систему з 9-ти рівнянь:

$$\begin{cases} a_1/a_2 = 4, \\ a_2/a_3 = 1/2, \\ a_3/a_4 = 1/4, \\ a_4/a_5 = 1, \\ a_5/a_6 = 4, \\ a_6/a_7 = 1/4, \\ a_7/a_8 = 4, \\ a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 1. \end{cases} \quad (6)$$

Знайдемо вектор ваг відносної важливості критеріїв, розв'язуючи систему рівнянь (6):

$$\alpha_1 = 0,114; \alpha_2 = 0,029; \alpha_3 = 0,057; \alpha_4 = 0,229;$$

$$\alpha_5 = 0,229; \alpha_6 = 0,057; \alpha_7 = 0,229; \alpha_8 = 0,057.$$

Визначимо значення узагальнених критеріїв:

$$f = \sum \alpha_i k_i,$$

де k_i – відповідне обернене значення i -го критерію оптимальності моделі.

Результати розрахунку зведемо в табл. 5.

З табл. 5 видно, що найкращий результат дає нейронна мережа, бо при її використанні значення f найбільше.

Однак при використанні зазначених вище підходів, як бачимо, виникає проблема вибору вагових коефіцієнтів. У розглянутому методі вагові коефіцієнти визначалися за допомогою рівнів "переваг" кожного з критеріїв, проте рекомендацій, які величини необхідно брати для їх визначення, не існує. Значення цих вагових коефіцієнтів будуть істотно впливати на вибір моделі, але з яких міркувань їх призначати, залишається досить спірним питан-

Таблиця 5. Значення показників ефективності f_n для різних варіантів математичного моделювання енергоспоживання при використанні методу ранжування критеріїв за "важливістю"

Однофакторні регресійні моделі (ряди Фур'є) $P_{\text{сум}} = f(Q_1) + f(Q_2) + f(Q_3)$	Багатофакторна лінійна регресія	Багатофакторна нелінійна регресія		Нейронна мережа GRNN
		поліноміальна	з використанням специфічних функцій	
0,655	0,959	0,901	0,856	0,995

ням. До того ж необхідно звернути увагу, що застосування таких методів за великої кількості критеріїв значно ускладнює задачу.

Авторами дійсної роботи запропоновано замість обчислення зваженої суми кількох критеріїв застосувати DEA (Data Envelopment Analysis) аналіз. У вітчизняних наукових працях цей метод називають “аналіз середовища функціонування” [12–14].

Узагальнені критерії ефективності на основі приватних показників якості – вихідних характеристик Y_j і величин витрачених ресурсів X_j – для кожного багатомірною багатозв’язного n -го об’єкта на базі методу DEA формуються у вигляді максимізуючих функціоналів з обмеженнями [12]:

$$f_n = \max_{u_i, v_j \in G} \frac{u_1 \cdot Y_1 + u_2 \cdot Y_2 + \dots + u_n \cdot Y_n}{v_1 \cdot X_1 + v_2 \cdot X_2 + \dots + v_m \cdot X_m}, \quad (7)$$

$$\frac{u_1 \cdot Y_1 + u_2 \cdot Y_2 + \dots + u_n \cdot Y_n}{v_1 \cdot X_1 + v_2 \cdot X_2 + \dots + v_m \cdot X_m} \leq 1, \quad (8)$$

$$n = 1, 2, \dots, N.$$

Система співвідношень (7) і (8) для $n = 1, 2, \dots, N$ визначає N задач нелінійного програмування. Розв’язок кожної з n -задач для n -го об’єкта дає значення узагальненого показника ефективності f_n , ранжування на одиничному інтервалі $[0, 1]$ та відповідні йому вагові коефіцієнти $u_n = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ і $v_n = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$, максимізуючи функціонал (8).

Отже, відповідно до методу DEA “ефективність” математичної моделі енергоспоживання буде розглядатися як множина із N станів математичних моделей з 3 входами і 5 виходами, що відповідають кількості якісних та кількісних показників, які характеризуватимуть об’єктивність побудованої математичної моделі енергоспоживання.

Вхідними параметрами будемо брати обернені величини від якісних критеріїв, виходами – обернені величини від кількісних критеріїв. Ве-

личини критеріїв беруться оберненими з метою можливості застосування методу DEA (необхідно, щоб більша величина критерію вказувала на кращу модель).

При цьому функціонал оцінки порівняльної ефективності наведених методів математичного моделювання енергоспоживання запишемо у такому вигляді:

$$f_n = \max_{u_i, v_j \in G} \frac{u_1 \cdot 1/T + u_2 \cdot 1/C + u_3 \cdot 1/K}{v_1 \cdot 1/D_{\text{зал}} + v_2 \cdot 1/F + v_3 \cdot 1/A + v_4 \cdot 1/AIK + v_5 \cdot 1/BIC}, \quad (9)$$

$$\frac{u_1 \cdot 1/T + u_2 \cdot 1/C + u_3 \cdot 1/K}{v_1 \cdot 1/D_{\text{зал}} + v_2 \cdot 1/F + v_3 \cdot 1/A + v_4 \cdot 1/AIK + v_5 \cdot 1/BIC} \leq 1. \quad (10)$$

Розв’язуючи рівняння (9), (10) п’ять разів для кожного з методів, бачимо, що розрахункова “ефективність” не перевищує одиниці в разі використання нейронних мереж, що говорить про оптимальність цього методу, тому знайдені вагові коефіцієнти цієї моделі (табл. 6) будемо використовувати в подальших розрахунках.

Таблиця 6. Значення вагових коефіцієнтів, визначених методом DEA

Ваги							
u_1	u_2	u_3	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
0,148	0,126	0,112	0,0062	0,873	0,627	0,223	0,217

Таким чином, було оцінено за знайденими вхідними і вихідними ваговими коефіцієнтами числові значення показників ефективності різних варіантів математичного моделювання енергоспоживання (табл. 7).

Табл. 7 свідчить, що найкращий результат показали нейронні мережі та багатофакторна нелінійна регресія з використанням поліномів.

Як бачимо, метод DEA має ряд суттєвих переваг порівняно з методами, розробленими в

Таблиця 7. Значення показників ефективності f_n для різних варіантів математичного моделювання енергоспоживання, визначених методом DEA

Однофакторні регресійні моделі (ряди Фур’є) $P_{\text{сум}} = f(Q_1) + f(Q_2) + f(Q_3)$	Багатофакторна лінійна регресія	Багатофакторна нелінійна регресія		Нейронна мережа GRNN
		поліноміальна	з використанням специфічних функцій	
0,429	0,779	0,806	0,758	1

рамках теорії “багатокритеріальної корисності”, а саме [13]:

– дає можливість обчислити один агрегований показник для кожного об’єкта в термінах використання вхідних факторів (незалежні змінні) для виробництва бажаних вихідних продуктів (залежні змінні);

– може одночасно обробляти багато входів і багато виходів, кожен із яких при цьому може визначатися в різних одиницях вимірювання;

– не вимагає апріорного зазначення вагових коефіцієнтів для змінних, що відповідають вхідним і вихідним параметрам при розв’язанні задачі оптимізації;

– дає змогу за потреби врахувати переваги експертів, що стосується важливості тих чи інших вхідних або вихідних змінних.

Висновки

Вибір математичної моделі для побудови “стандартів” енергоспоживання в системах опе-

ративного контролю енергоефективності виробничих об’єктів являє собою багатокритеріальну задачу.

При виборі математичної моделі необхідно використовувати не тільки кількісні показники адекватності, але й “якісні”, що характеризують інші переваги та недоліки побудови і застосування моделей, що розглядаються.

Для визначення кола “якісних” показників математичних моделей доцільно застосувати методи експертного опитування.

З метою багатокритеріального розв’язання задачі вибору математичної моделі був використаний метод аналізу середовища функціонування (DEA (Data Envelopment Analysis) аналіз), який має ряд суттєвих переваг над методами теорії “багатокритеріальної корисності”.

Подальші дослідження в напрямі вибору математичної моделі для побудови “стандартів” енергоспоживання можуть стосуватися визначення оптимального складу кількісних показників адекватності математичних моделей.

1. *Находов В.Ф.* Энергосбережение и проблема контроля эффективности энергоиспользования // Промислова електроенергетика та електротехніка Промелектро. – 2007. – № 1. – С. 34–42.
2. *Пособие по курсу “Основы целевого энергетического мониторинга”.* – М.: ЭНИЗАН, АСЭМ, 1997. – 38 с.
3. *Находов В.Ф., Бориченко О.В., Иванько Д.О.* Контроль эффективности энерговикористання в системі енергетичного менеджменту // Вісник КНУТД. – 2013. – № 6 (74). – С. 67–77.
4. *Стеценко І.В., Бедерак Я.С.* Побудова багатфакторних математичних енергоспоживання на хімічному виробництві // Енергетика. Энергосбережение. Энергоаудит. – 2013. – № 7. – С. 41–48.
5. *J. Phil.* “Getting started with Monitoring & Targeting (M&T)”, Fundamental Ser., no. 7, pp. 29–32, 2004.
6. *J. Pooley.* (2005). Quick Start Guide to Energy Monitoring & Targeting (M&T) [Online]. Available: <http://www.oursouthwest.com/SusBus/susbus9/m&tguide.pdf>.
7. *Находов В.Ф., Иванько Д.О., Головка А.В.* Вибір методів математичного моделювання процесів енергоспоживання в системах оперативного контролю енергоефективності // Енергетика: економіка, технології, екологія. – 2013. – Спецвип. Матеріали аспірантських читань пам’яті А.В. Праховника. – С. 20–27.
8. *Дьяконов В.Н.* MATLAB 6.5 SP1/7 + Simulink 5/6® в математике и моделировании. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 576 с.
9. *Воронцов К.В.* Лекции по методам оценивания и выбора моделей. – Режим доступа: <http://www.MachineLearning.ru>.
10. *Павлов А.Н., Соколов Б.В.* Принятие решений в условиях нечеткой информации: Учеб. пособие. – СПб: ГУАП, 2006. – 72 с.
11. *Черноруцкий И.Г.* Методы принятия решений. – СПб: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
12. *Хафизов Р.Н.* Системный анализ, моделирование и оптимизация функционирования систем центрального теплоснабжения в районах крайнего севера: Дис. ... канд. техн. наук. – Самара, 2007. – 170 с.
13. *Пищук А.П.* Многомерная классификация на основе аналитического метода оценки эффективности сложных систем: Дис. ... канд. техн. наук. – Красноярск, 2003. – 160 с.
14. *Бахтин К.В.* Оценка и сравнение технической эффективности российских промышленных и торговых компаний. – М.: Рос. эконом. школа, 2009. – 42 с.