

УДК 681.758

DOI: 10.20535/1810-0546.2016.1.52608

В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик, М.С. Колобродов  
Національний технічний університет України "КПІ", Київ, Україна

## ГЕОМЕТРИЧНА СМУГА ПРОПУСКАННЯ ОПТИЧНОГО СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРА

**Background.** Coherent optical spectrum analyzers (COSA) are widely used in data processing systems. The efficiency of the spectrum analyzers is determined by their generalized characteristics such as the operating range of spatial frequencies, spatial bandwidth, the spatial spectral resolution and the energy resolution. One of such characteristics is geometric noise bandwidth GNBW that determines the spatial spectral resolution of spectrum analyzer.

**Objective.** The purpose of this article is to provide a physical and mathematical model of COSA for calculating its geometric noise bandwidth, which determines the spatial spectral resolution of the spectrum analyzer.

**Methods.** Based on the analysis of physical-mathematical model of COSA invited to determine the field amplitude at the output of the spectrum analyzer using the geometric noise bandwidth.

**Results.** It was found that the spectrum analyzer can be considered as a coherent optical invariant linear system characterized by the impulse response and a transfer function. The geometric noise bandwidth of COSA is equal the square of the input transparency, amplitude transmittance of which is determined by the amplitude of the investigated signal.

**Conclusions.** Analysis of the developed physical and mathematical model of the COSA showed that the geometric noise bandwidth is one of the important characteristics of the spectrum analyzer as it allows us to calculate the spatial spectral resolution. It was found that the coherent transfer function of the optical spectrum analyzer is equal to the square of the input transparency, amplitude transmittance of which is determined by the amplitude of the investigated signal.

**Keywords:** optical spectrum analyzer; geometrical noise bandwidth; spectral resolution.

### Вступ

Когерентні оптичні системи для спектрального аналізу просторових сигналів давно вже відомі в класичній оптиці, а широкі їх застосування в радіолокації, метрології, мікробіології тощо стало можливим у зв'язку з бурхливим розвитком лазерної техніки [1, 2]. В основу більшості таких систем покладені схеми когерентного оптичного спектроаналізатора (КОС) [3, 4]. Теоретичні основи роботи спектроаналізаторів базуються на рівнянні дифракції Френеля, яке наближено описує поширення світла в параксіальній області [5]. Існує низка монографій і статей, присвячених фізичним основам роботи когерентних (лазерних) спектроаналізаторів [3, 4, 6–8]. У той же час практично відсутня науково-технічна література, що присвячена методам проектування оптичних систем, покладених в основу таких спектроаналізаторів.

Ефективність роботи КОС визначається його узагальненими характеристиками, такими як робочий діапазон просторових частот; просторова смуга пропускання; просторова спектральна роздільна здатність; енергетична роздільна здатність; похибки вимірювання амплітуди спектра і просторової частоти [9, 10]. Тому розробка методів визначення узагальнених характеристик таких приладів є актуаль-

ною проблемою при проектуванні КОС, які застосовуються для розв'язання конкретних задач. Однією з таких характеристик є геометрична шумова смуга пропускання КОС GNBW (Geometrical Noise Bandwidth), яка визначає просторове спектральне розділення спектроаналізатора.

### Постановка задачі

Стаття присвячена розробці фізико-математичної моделі когерентного оптичного спектроаналізатора для розрахунку його геометричної шумової смуги пропускання, яка визначає просторову спектральну роздільну здатність спектроаналізатора.

### Геометрична шумова смуга пропускання оптико-електронного приладу

В сучасних КОС як реєстратор просторового спектра використовують матричні приймачі випромінювання (МПВ) у вигляді ССД-або CMOS-матриці [11]. Якщо матриця має пікселі розміром  $V_D \times W_D$ , то просторове спектральне розділення (різниця між частотами  $\nu_{x2}$  і  $\nu_{x1}$  сусідніх гармонік однакової амплітуди, які спостерігаються окремо) обмежений величиною (для одновимірного випадку) [12]

$$\delta v_{x,\min} = v_{x2} - v_{x1} = \frac{2V_D}{\lambda f}, \quad (1)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі когерентного випромінювання;  $f$  – фокусна відстань фур'є-об'єктива. Формула (1) не враховує нерівномірність освітлення і розміру вхідного транспаранта, а також обмежений розмір вхідної зіниці й аберації фур'є-об'єктива.

Просторове розділення телевізійних і тепловізійних систем визначається модуляційною передавальною функцією (МПФ)  $M_s(v_x, v_y)$  цих систем, яка характеризує зменшення контрасту зображення на певній просторовій частоті.

В електронних інформаційних системах, що обробляють відеосигнали з метою створення зображення, багато років успішно застосовується ефективна шумова смуга пропускання  $\Delta f$ , яка визначається таким чином. Нехай електронна система має МПФ  $M_{el}(f)$ , яка визначається її амплітудно-частотною характеристикою. Якщо на вхід такої системи надходить шумовий сигнал з енергетичною щільністю  $G_n(f)$ , то ефективна шумова смуга визначається як [13]

$$\Delta f = \frac{1}{G_{n,\max 0}} \int_0^\infty G_n(f) M_{el}^2(f) df. \quad (2)$$

У більшості випадків оптико-електронні системи спостереження (ОЕСС) працюють у діапазоні частот, коли шум можна вважати “білим”, тобто  $G_n(f) = G_{\max} = \text{const}$ . Тоді вираз (2) матиме вигляд

$$\Delta f = \int_0^\infty M_{el}^2(f) df. \quad (3)$$

Співвідношення (3) означає, що здатність електронної системи з МПФ  $M_{el}(f)$  перетворювати шумовий сигнал еквівалентна електронній системі з МПФ прямокутної форми:

$$M_{el,\text{eff}} = \begin{cases} 1, & \text{коли } 0 \leq f \leq \Delta f; \\ 0, & \text{коли } f > \Delta f. \end{cases}$$

Аналогічний підхід використаємо і для ОЕСС (наприклад, тепловізора), яка має МПФ  $M_s(v_x, v_y)$ . При цьому необхідно враховувати деякі особливості такого підходу:

1) на відміну від одновимірної МПФ електронної системи МПФ тепловізора є двовимірною функцією просторових частот  $v_x, v_y$ , що вимірюються в  $\text{мм}^{-1}$  або в  $\text{мрад}^{-1}$ ;

2) на відміну від часової частоти  $f$ , яка змінюється в межах від 0 до  $\infty$ , просторові частоти  $v_x, v_y$  змінюються в межах від  $-\infty$  до  $\infty$ .

Аналогічно до формули (3) геометричну шумову смугу пропускання GNBW визначимо як

$$GB = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_s^2(v_x, v_y) dv_x dv_y. \quad (4)$$

У формулі (4) права частина визначає об'єм фігури, який обмежений поверхнею  $M_s^2(v_x, v_y)$ , а ліва частина – об'єм призми, яка має основу площею  $GB$  і висоту, що дорівнює одиниці.

Такий підхід використовується у телебаченні як критерій Шаде для визначення роздільної здатності [14, 15]. Параметр  $GB$  починає широко застосовуватися для визначення якості зображення, яке формує ОЕСС [16]. Використання параметра  $GB$  базується на тому факті, що всі приймачі випромінювання мають чутливу площадку певних розмірів і тому являють собою інтегральні фільтри в області просторових частот. Крім того, приймач завжди формує вихідний сигнал разом із шумовим сигналом.

Якщо МПФ  $M_s(v_x, v_y)$  являє собою функцію з роздільними змінними, тобто  $M_s(v_x, v_y) = M_{sx}(v_x)M_{sy}(v_y)$ , то геометрична шумова смуга (4) визначається як

$$GB = \Delta v_x \cdot \Delta v_y = \int_{-\infty}^{\infty} M_{sx}^2(v_x) dv_x \cdot \int_{-\infty}^{\infty} M_{sy}^2(v_y) dv_y. \quad (5)$$

Для одновимірного випадку із формули (5) знаходимо просторову роздільну здатність тепловізора:

$$v_{\text{res}} = \frac{1}{2} \Delta v_x = \int_0^\infty M_{sx}^2(v_x) dv_x.$$

Якщо роздільна здатність  $v_{\text{res}}$  має розмірність  $\text{мм}^{-1}$ , то лінійне розділення, або миттєве поле зору тепловізора, визначається як

$$\delta l_{sx} = \frac{1}{2v_{\text{res}}} = \left[ 2 \int_0^\infty M_{sx}^2(v_x) dv_x \right]^{-1}. \quad (6)$$

Таким чином, геометрична шумова смуга пропускання є узагальненим параметром, який визначає роздільну здатність ОЕСС. Ця смуга дає змогу з єдиних позицій дослідити як оптичні, так і електронні елементи ОЕСС.

**Узагальнена схема КОС**

Узагальнена схема КОС складається з таких послідовно розміщених елементів: джерело когерентного випромінювання (лазер); вхідний транспарант, що характеризується амплітудним коефіцієнтом пропускання; об'єктив та МПВ. Об'єктив, що використовується для здійснення спектрального аналізу, називають *фур'є-об'єктивом*.

Принцип роботи КОС полягає в спектральному розкладанні просторового сигналу. Він дає можливість аналізувати одночасно амплітудні та фазові спектри як одновимірних, так і двовимірних просторових сигналів. Світлова хвиля від джерела випромінювання падає на вхідний транспарант, що має певний коефіцієнт пропускання, де відбувається дифракція світла. За допомогою фур'є-об'єктива формується просторовий спектр вхідного сигналу. Далі фотоприймачем реєструється розподіл освітленості та проводиться аналіз параметрів спектра. Сигнал на виході оптичної системи з точністю до постійного множника збігається з просторовим спектром вхідного сигналу.

Існують дві узагальнені схеми побудови КОС [6]:

- а) коли вхідний транспарант розміщений перед об'єктивом (рис. 1);
- б) коли вхідний транспарант розміщений за об'єктивом.

Розглянемо процес проходження когерентного випромінювання в схемі, яка наведена на рис. 1.

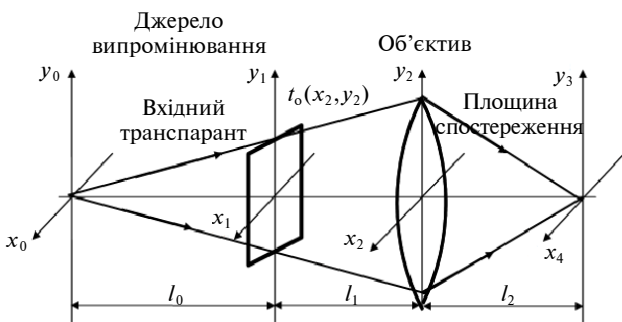


Рис.1. Поширення когерентного випромінювання в оптичній системі із вхідним транспарантом, встановленим перед об'єктивом

Вважатимемо, що на шляху поширення випромінювання між площинами спостерігається дифракція Френеля [5]:

$$V(x_i, y_i) = \Phi_{i-1,i} \{V(x_{i-1}, y_{i-1})\} = A_F \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(x_{i-1}, y_{i-1}) \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda l_{i-1,i}} [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - x_{i-1})^2] \right\} dx_{i-1} dy_{i-1}, \quad (7)$$

де  $\Phi_{i-1,i}\{\}$  – оператор, який описує дифракцію Френеля на ділянці вільного простору товщиною  $l_{i-1,i}$ ;  $V(x_i, y_i)$  і  $V(x_{i-1}, y_{i-1})$  – розподіл комплексної амплітуди поля в  $i$ -й та  $i-1$ -й площинах відповідно;  $A_F$  – комплексна стала.

Найбільш поширеною схемою побудови спектроаналізатора є схема, в якій вхідний транспарант розміщений перед фур'є-об'єктивом. У такій системі вилучені квадратичні фазові спотворення спектра сигналу (при розміщенні вхідного транспаранта в передній фокальній площині фур'є-об'єктива), а юстуванням оптичної системи досягається мінімум спотворень його просторових і енергетичних параметрів [17].

Нехай на вхідний транспарант падає плоска монохроматична хвиля з амплітудою  $V(x_1, y_1)$ , у результаті чого на ньому буде спостерігатись дифракція світла. Тоді розподіл поля (7) у площині МПВ  $x_3 y_3$  матиме вигляд

$$V(x_3, y_3) = \frac{1}{j\lambda f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V'(x_1, y_1) \times \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda f} (x_3 x_1 + y_3 y_1) \right] dx_1 dy_1, \quad (8)$$

де  $V'(x_1, y_1)$  – амплітуда поля за транспарантом;  $x_1, y_1$  і  $x_3, y_3$  – просторові координати в площинах  $x_1 y_1$  і  $x_3 y_3$  відповідно.

Просторовий спектр функції  $V'(x_1, y_1)$  визначається двовимірним перетворенням Фур'є:

$$F\{V'(x_1, y_1)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V'(x_1, y_1) \times \exp[-j2\pi(v_x x_1 + v_y y_1)] dx_1 dy_1, \quad (9)$$

де  $v_x, v_y$  – просторові частоти.

Порівнюючи вирази (8) і (9), можна відзначити, що просторові частоти в площині спектрального аналізу  $x_3, y_3$  будуть дорівнювати

$$v_x = \frac{x_3}{\lambda f}; v_y = \frac{y_3}{\lambda f}. \quad (10)$$

Запишемо рівняння (8) у більш загальному випадку, коли (рис. 2):

1) враховується нерівномірність освітлення транспаранта світловою хвилею з амплітудою  $V(x_1, y_1)$ ;

2) вхідний транспарант має амплітудний коефіцієнт пропускання  $t_o(x_1, y_1)$ , який відповідає досліджуваному вхідному сигналу, і обмежений розмір, який описується апертурною функцією  $t_{oa}(x_1, y_1)$ ;

3) фур'є-об'єктив має апертурну діафрагму, яка описується функцією  $P_o(x_2, y_2)$ .

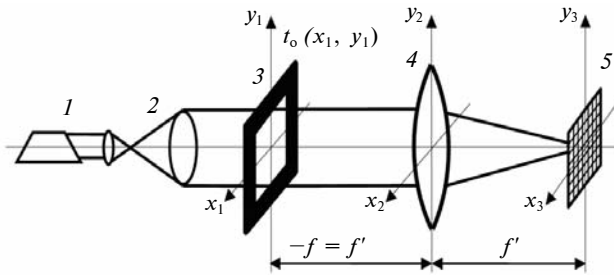


Рис. 2. Схема КОС: 1 – лазер; 2 – оптична система, що формує паралельний пучок променів; 3 – вхідний транспарант прямокутної форми; 4 – фур'є-об'єктив; 5 – МПВ

Тоді рівняння (8) можна подати у вигляді [8]

$$\begin{aligned} V(x_3, y_3) &= C_0 F\{V(x_1, y_1) \times \\ &\times t_o(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) \times \\ &\times P_{o,eff}(x_1, y_1)\} = \\ &= C_0 F\{t_o(x_1, y_1)\} ** F\{V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) \times \\ &\times P_{o,eff}(x_1, y_1)\} = \\ &= C_0 F\{t_o(x_1, y_1)\} ** F\{V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) \times \\ &\times P_{o,eff}(x_1, y_1)\}, \end{aligned} \quad (11)$$

де  $C_0$  – фазовий множник;  $F\{\}$  – оператор перетворення Фур'є для просторових частот (10);  $P_{o,eff}(x_1, y_1)$  – ефективна функція апертурної діафрагми об'єктива, яка зведена до площини  $x_1, y_1$  транспаранта; \*\* – оператор дво-

вимірної згортки;  $T_o(v_x, v_y)$  – ідеальний (без спотворень) спектр сигналу.

Аналіз співвідношення (11) свідчить про те, що розглянутий оптичний спектроаналізатор є лінійною інваріантною когерентною системою з імпульсним відгуком  $h_{sa}(v_x, v_y)$ . При цьому амплітуда вихідного сигналу  $V(x_3, y_3)$  дорівнює згортці ідеального спектра сигналу  $T_o(v_x, v_y)$  з когерентним імпульсним відгуком  $h_{sa}(v_x, v_y)$  спектроаналізатора. Своєю чергою імпульсний відгук  $h_{sa}(v_x, v_y)$  є перетворенням Фур'є від розподілу амплітуди світлової хвилі у площині апертури вхідного транспаранта з урахуванням зведеної до площини транспаранта функції зіниці об'єктива, тобто

$$\begin{aligned} h_{sa}(v_x, v_y) &= \\ &= C_0 F\{V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) P_{o,eff}(x_1, y_1)\}. \end{aligned} \quad (12)$$

### Геометрична шумова смуга пропускання КОС

Для розрахунку геометричної шумової смуги пропускання GNBW згідно з інтегралом (4) необхідно знайти когерентну передавальну функцію (КПФ) спектроаналізатора  $K_{sa}(x_1, y_1)$  [3, 5]. Когерентна передавальна функція  $K_{sa}(x_1, y_1)$  визначається як нормоване перетворення Фур'є імпульсного відгуку системи  $h_{sa}(v_x, v_y)$ , тобто:

$$K_{sa}(x_1, y_1) = F\{h_{sa}(v_x, v_y)\}. \quad (13)$$

Підставимо імпульсний відгук (12) до нормованого перетворення Фур'є (13) з урахуванням просторових частот (10):

$$\begin{aligned} K_{sa}(x_1, y_1) &= \\ &= F\{F\{V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) P_{o,eff}(x_1, y_1)\}\} = \\ &= V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) P_{o,eff}(x_1, y_1). \end{aligned} \quad (14)$$

Отримана функція (14) справедлива для симетричних функцій  $V(x_1, y_1)$ ,  $t_{oa}(x_1, y_1)$  і  $P_{o,eff}(x_1, y_1)$ , коли виконується умова [13]

$$F\{F\{f(x, y)\}\} = f(-x, -y) = f(x, y),$$

що характерно для більшості оптичних систем.

Після підстановки КПФ (14) до інтеграла (4) маємо значення смуги пропускання КОС:

$$GB = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [V(x_1, y_1) t_{oa}(x_1, y_1) P_{o,eff}(x_1, y_1)]^2 dx_1 dy_1. \quad (15)$$

Визначимо нормовані підінтегральні функції, які входять до рівняння (15). Нехай вхідний транспарант обмежений круглою апертурою радіусом  $r_{oa}$  й освітлюється лазерним пучком з гауссовим розподілом амплітуди  $V(x_1, y_1)$ . Тоді

$$t_{oa}(x_1, y_1) = t_{oa}(r_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq r_{oa}; \\ 0 & \text{в інших випадках;} \end{cases}$$

$$V(x_1, y_1) = V(r_1) = \exp\left(-\frac{r_1^2}{r_l^2}\right), \quad (16)$$

де  $r_l$  – радіус лазерного пучка у площині вхідного транспаранта.

Для врахування розміру апертурної діафрагми фур'є-об'єктива введемо поняття *функції зіниці* [5]:

$$P_o(x_2, y_2) = \begin{cases} 1 & \text{усередині апертури;} \\ 0 & \text{за межами апертури.} \end{cases}$$

У формуванні поля в площині спектрального аналізу беруть участь тільки ті дифраговані на транспаранті промені, які надходять до вхідної зіниці об'єктива (рис. 3).

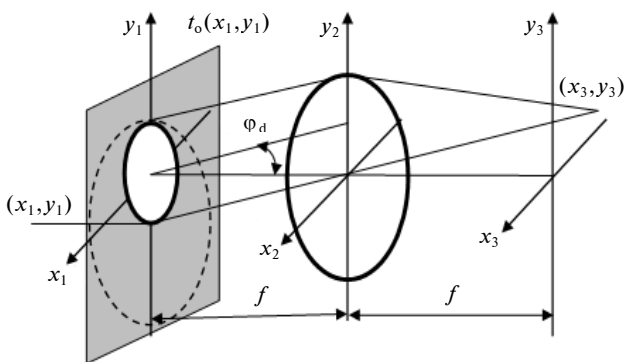


Рис. 3. Визначення ефективної функції зіниці фур'є-об'єктива

Тому функцію вхідної зіниці можна розглядати в площині транспаранта  $x_1 y_1$  з координатами центра  $x_1 = -x_3$  та  $y_1 = -y_3$ , тобто  $P_{o,eff}(x_1, y_1) = P_o(x_1 + x_3, y_1 + y_3)$ . Отже, розміри транспаранта й апертурної діафрагми фур'є-

об'єктива обмежують область спектрального аналізу в площині  $x_3 y_3$ . За відсутності віньєтування в оптичній системі КОС добуток функцій  $t_{oa}(x_1, y_1)$  і  $P_{o,eff}(x_1, y_1)$  визначається співвідношенням

$$t_{oa}(x_1, y_1) P_{o,eff}(x_1, y_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq r_{oa}; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (17)$$

Тоді інтеграл (15) для вісесиметричних функцій (16) і (17) матиме вигляд

$$B = 2\pi \int_0^{r_{oa}} \exp\left(-2\frac{r_1^2}{r_l^2}\right) r_1 dr_1 = \frac{1}{2} \pi r_l^2 \left[ 1 - \exp\left(-2\frac{r_{oa}^2}{r_l^2}\right) \right]. \quad (18)$$

Із аналізу виразу (18) маємо, що при рівномірній освітленості вхідного транспаранта за умови, коли,  $r_l \rightarrow \infty$ ,  $GB = \pi r_{oa}^2$  тобто геометрична шумова смуга пропускання КОС дорівнює площі вхідного транспаранта. Аналогічний результат був отриманий у [18], де пропонується використовувати величину просторової смуги пропускання SW (space-bandwidth product) для характеристики як довільної оптичної системи, так і оптичного сигналу. Смугу пропускання SW можна розглядати як в області координат  $x y$ , так і в області просторових частот  $v_x v_y$ . Цим фактом підтверджується достовірність запропонованої моделі КОС.

### Способи розширення смуги пропускання КОС

Аналіз функції (18) і її графіків (рис. 4) показує, що розширити (збільшити) смугу пропускання  $GB$  КОС можна тільки за рахунок збільшення розміру вхідного транспаранта  $r_{oa}$ .

Просторове спектральне розділення  $\delta v_x$  визначимо таким чином. Використовуючи теорему Парсеваля [13], подамо інтеграл (4) у вигляді

$$GB = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{sa}^2(v_x, v_y) dv_x dv_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{sa}^2(x, y) dx dy.$$

Після підстановки смуги пропускання (18) до формули (6) маємо

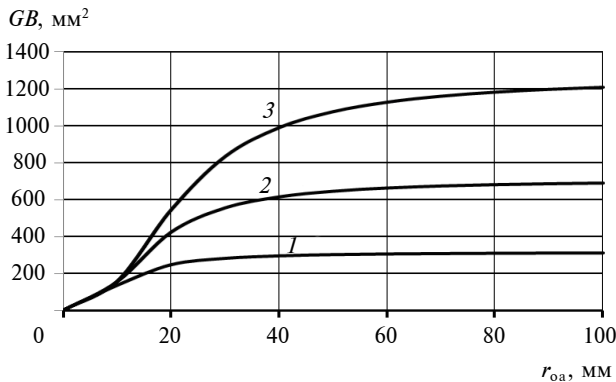


Рис. 4. Залежність геометричної шумової смуги пропускання  $GB$  КОС від радіуса  $r_l$  лазерного пучка у площині вхідного транспаранта, коли радіус  $r_{0a}$  транспаранта дорівнює: 1 – 10 мм; 2 – 15 мм; 3 – 20 мм

$$\delta v_x = \frac{1}{GB_x} = \left[ 2 \int_0^\infty K_{sx}^2(x) dx \right]^{-1}, \quad (19)$$

де  $GB_x$  – одновимірний смуга пропускання. Якщо транспарант має прямокутну форму розміром  $a \times b$ , то умову (17) для одновимірного випадку можна записати у вигляді

$$t_{0a}(x_1)P_{o,eff}(x_1) = \begin{cases} 1, & \text{коли } |x_1| \leq a/2; \\ 0 & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (20)$$

За умови (20) при рівномірному освітленні транспаранта ця смуга дорівнює  $GB_x = a$ . Тоді просторове спектральне розділення згідно з формулою (19) буде визначатись як

$$\delta v_x = \frac{1}{a}. \quad (21)$$

Визначимо максимальну просторову частоту, яку можна дослідити за допомогою КОС. Із рис. 5 для одновимірного випадку маємо, що

$$x_{3,max} = \frac{D_o - a}{2}.$$

Тоді максимальна просторова частота, яку здатний зареєструвати КОС, згідно з (10) дорівнює

$$v_{x,max} = \frac{x_{3,max}}{\lambda f} = \frac{D_o - a}{2\lambda f}, \quad (22)$$

де  $D_o$  – діаметр вхідної зіниці фур'є-об'єктива.

З іншої сторони, частота  $v_{x,max}$  визначається найбільшим кутом дифракції  $\varphi_{d,max}$  ґратки, яка розміщена в площині вхідного транспаранта (див. рис. 3). При нормальному падінні плоскої хвилі на дифракційну ґратку, яка роз-

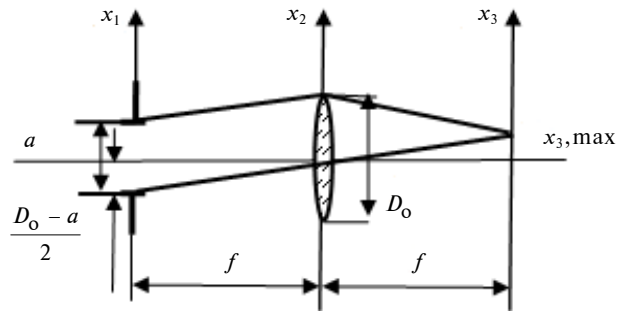


Рис. 5. Одновимірний модель спектроаналізатора

міщена в передній фокальній площині фур'є-об'єктива, для першого порядку дифракції із основного рівняння ґратки маємо:  $d \sin \varphi_{d1} = \lambda$ , де  $d = 1/v_{x,max}$  – період дифракційної ґратки, звідки

$$v_{x,max} = \frac{1}{d} = \frac{1}{\lambda} \sin \varphi_{d,max}.$$

Просторову смугу пропускання КОС можна визначити як кількість штрихів дифракційної ґратки, які забезпечують виконання умови (22), тобто [18]

$$GB_d = \frac{a}{d} = \frac{a}{\lambda} \sin \varphi_{d,max}. \quad (23)$$

Із рис. 3 і 5 знаходимо максимальний кут дифракції:

$$\varphi_{d,max} = \arctg \frac{D_o - a}{2\lambda f}. \quad (24)$$

Після підстановки (24) до (23) маємо

$$GB_d = \frac{a}{\lambda} \sin \left( \arctg \frac{D_o - a}{2\lambda f} \right). \quad (25)$$

Дослідження функції (25) на екстремум показує, що КОС має максимальну просторову смугу пропускання, коли  $D_o = 2a$ , тобто розмір вхідного транспаранта  $a$  дорівнює радіусу вхідної зіниці  $R_o$  фур'є-об'єктива.

### Висновки

На сьогодні фізичним основам роботи когерентних (лазерних) спектроаналізаторів присвячена низка монографій і статей. У той же час практично відсутня науково-технічна література, що стосується методів проектування оптичних систем, покладених в основу таких спектроаналізаторів.

Аналіз розробленої фізико-математичної моделі когерентного оптичного спектроаналізатора дає змогу зробити такі висновки.

Розподіл амплітуди поля  $V(x_3, y_3)$  на виході спектроаналізатора визначається згортокою (11), що свідчить про те, що спектроаналізатор необхідно розглядати як лінійну відносно амплітуди світлового поля інваріантну оптичну систему, яку в області просторових частот (10) можна описати когерентною передавальною функцією.

Геометрична шумова смуга пропускання  $GB$  є однією з важливих характеристик КОС, оскільки дає змогу розрахувати просторове

спектральне розділення за допомогою отриманих формул (19) або (21).

Встановлено, що когерентна передавальна функція оптичного спектроаналізатора дорівнює площі вхідного транспаранта, амплітудний коефіцієнт пропускання якого визначається амплітудою досліджуваного сигналу. Тому єдиним способом розширення смуги пропускання є збільшення розмірів транспаранта.

У подальшому доцільно дослідити вплив аберацій фур'є-об'єктива і розмірів пікселя матричного приймача випромінювання на геометричну шумову смугу пропускання когерентного оптичного спектроаналізатора.

### Список літератури

1. *Применение методов фурье-оптики* / Под ред. Г. Старка; пер. с англ. под ред. И.Н. Компанца. – М.: Радио и связь, 1988. – 536 с.
2. *Кейсесент Д.* Оптическая обработка информации / Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 350 с.
3. *Юу Ф.Т.С.* Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию / Под ред. В.К. Соколова; пер. с англ. – М.: Сов. радио, 1979. – 304 с.
4. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С.* Проектування дифракційних оптичних елементів і систем. – К.: НТУУ «КПІ», 2012. – 200 с.
5. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С.* Дифракційна теорія оптичних систем. – К.: НТУУ «КПІ», 2011. – 148 с.
6. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С.* Анализ оптических схем когерентных спектроанализаторов // Опτικο-механическая промышленность. – 1982. – № 10. – С. 4–7.
7. *Saleh В.Е.А., Malvin С.Т.* Fundamentals of Photonics. – New York: Wiley, 1991. – 948 p.
8. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С.* Прикладна дифракційна оптика. – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 312 с.
9. *Тимчик Г.С., Нгуєн К.А., Колобродов В.Г.* Визначення узагальнених характеристик когерентних спектроаналізаторів // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2012. – № 5. – С. 102–108.
10. *Kolobrodov V.G.* Geometrical noise bandwidth of thermal imager with matrix detector // Proc. SPIE. – **9066**. – 2013. – P. 90660N-1–90660N-7.
11. *Неуймін О.С., Дяченко С.М.* ПЗЗ-матриці // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2010. – № 41. – С. 182–189.
12. *Тимчик Г.С., Нгуєн К.А., Колобродов М.С.* Граничні характеристики когерентного оптичного спектроаналізатора // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2014. – № 5. – С. 119–123.
13. *Колобродов В.Г., Лихоліт М.І.* Проектування тепловізійних і телевізійних систем спостереження. – К.: НТУУ «КПІ», 2007. – 364 с.
14. *Колобродов В. Г., Шустер Н.* Тепловізійні системи (фізичні основи, методи проектування і контролю, застосування). – К.: Тираж, 1999. – 340 с.
15. *Ллойд Дж.* Системы тепловидения / Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 416 с.
16. *Колобродов В.Г.* Геометрична шумова смуга пропускання – новий критерій для визначення роздільної здатності оптичних та оптико-електронних приладів // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2003. – № 2. – С. 97–101.
17. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С., Сахно С.П.* Погрешность сборки и юстировки оптической системы когерентного спектроанализатора // Опτικο-механическая промышленность. – 1983. – № 9. – С. 6–9.
18. *Lohman A.W., Dosch R.G., Mendovic D.* Space-bandwidth product of optical signals and systems // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – **13**, № 3. – P. 470–473.

### References

1. *Application of Optical Fourier Transforms*, H. Stark, Ed. Moscow, USSR: Radio i Svyaz, 1982, 536 p. (in Russian).
2. *D. Casasent, Optical Data Processing*. Moscow, USSR: Mir, 1978, 350 p. (in Russian).

3. F.T.S. Yu, *Introduction to Diffraction, Information Processing and Holography*. Moscow, USSR: Sovetskoe Radio, 1975, 304 p. (in Russian).
4. V.G. Kolobrodov and G.S. Tymchyk, *Design of Diffractive Optical Elements and Systems*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2012, 200 p. (in Ukrainian).
5. V.G. Kolobrodov and G.S. Tymchyk, *The Diffraction Theory of Optical Systems*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2011, 148 p. (in Ukrainian).
6. V.G. Kolobrodov and G.S. Tymchyk, "The analysis of the optical systems of coherent spectrum analyzers", *Optiko-Mehanicheskaja Promyshlennost'*, no. 10, pp. 4–7, 1982. (in Russian).
7. B.E.A. Saleh *et al.*, *Fundamentals of Photonics*. New York: Wiley, 1991, 948 p.
8. V.G. Kolobrodov and G.S. Tymchyk, *Applied Diffractive Optics*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2014, 312 p. (in Ukrainian).
9. V.G. Kolobrodov *et al.*, "The problems of designing coherent spectrum analyzers", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 5, pp. 102–108, 2012 (in Ukrainian).
10. V.G. Kolobrodov *et al.*, "Geometrical noise bandwidth of thermal imager with matrix detector", *Proc. SPIE*, vol. 9066, pp. 90660N-1–90660N-7, 2013.
11. O.S. Neuymin and S.M. Dyachenko, "CCD", *Visnyk NTUU "KPI". Ser. Radiotekhnika. Radioaparobuduvannya*, no. 41, pp. 182–189, 2010 (in Ukrainian).
12. V.G. Kolobrodov *et al.*, "Limiting characteristics of coherent spectrum analyzer", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 5, pp. 119–123, 2014 (in Ukrainian).
13. V.G. Kolobrodov and M.I. Lykholyt, *Design of Thermal Imaging and Television Observation Systems*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2007, 364 p. (in Ukrainian).
14. V.G. Kolobrodov and N. Shuster, *Thermal Imaging Systems*, Kyiv, Ukraine: Tyrzh, 1999, 340 p. (in Ukrainian).
15. J.M. Lloyd, *Thermal Imaging Systems*. Moscow, USSR: Mir, 1975, 416 p.
16. V.G. Kolobrodov, "Geometrical noise bandwidth – new criterion for definitions resolution of optical and opto-electronical devices", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 2, pp. 97–101, 2003 (in Ukrainian).
17. V.G. Kolobrodov *et al.*, "Assembly and alignment errors of the optical system of coherent spectrum analyzer", *Optiko-Mehanicheskaja Promyshlennost'*, no. 9, pp. 6–9, 1983 (in Russian).
18. A.W. Lohman *et al.*, "Space-bandwidth product of optical signals and systems", *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 13, no. 3, pp. 470–473, 1996.

В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик, М.С. Колобродов

#### ГЕОМЕТРИЧНА СМУГА ПРОПУСКАННЯ ОПТИЧНОГО СПЕКТРОАНАЛІЗАТОРА

**Проблематика.** Когерентні оптичні спектроаналізатори (КОС) широко застосовуються в системах обробки інформації. Ефективність роботи спектроаналізатора визначається його узагальненими характеристиками, такими як робочий діапазон просторових частот, просторова смуга пропускання, просторова спектральна роздільна здатність і енергетична роздільна здатність. Однією із таких характеристик є геометрична шумова смуга пропускання GNBW (Geometrical Noise Bandwidth), яка визначає просторове спектральне розділення спектроаналізатора.

**Мета дослідження.** Розробка фізико-математичної моделі КОС для розрахунку його геометричної шумової смуги пропускання.

**Методика реалізації.** На основі аналізу фізико-математичної моделі КОС запропоновано визначити розподіл амплітуди поля на виході спектроаналізатора за допомогою його геометричної шумової смуги пропускання.

**Результати дослідження.** Встановлено, що спектроаналізатор можна розглядати як лінійну інваріантну когерентну оптичну систему, яка характеризується імпульсним відгуком і передавальною функцією. При цьому геометрична шумова смуга пропускання КОС дорівнює площі вхідного транспаранта, амплітудний коефіцієнт пропускання якого визначається амплітудою досліджуваного сигналу.

**Висновки.** Аналіз розробленої фізико-математичної моделі КОС показав, що геометрична шумова смуга пропускання є однією із важливих характеристик спектроаналізатора, оскільки дає змогу розрахувати його просторове спектральне розділення. Встановлено, що когерентна передавальна функція оптичного спектроаналізатора дорівнює площі вхідного транспаранта, амплітудний коефіцієнт пропускання якого визначається амплітудою досліджуваного сигналу.

**Ключові слова:** оптичний спектроаналізатор; геометрична шумова смуга пропускання; спектральне розділення.

В.Г. Колобродов, Г.С. Тимчик, Н.С. Колобродов

#### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПОЛОСА ПРОПУСКАНИЯ ОПТИЧЕСКОГО СПЕКТРОАНАЛИЗАТОРА

**Проблематика.** Когерентные оптические спектроанализаторы (КОС) находят широкое применение в системах обработки информации. Эффективность работы спектроанализаторов определяется его обобщенными характеристиками, такими как рабочий диапазон пространственных частот, пространственная полоса пропускания, пространственная спектральная разрешающая способность и энергетическая разрешающая способность. Одной из таких характеристик является геометрическая шумовая полоса пропускания GNBW (Geometrical Noise Bandwidth), которая определяет пространственное спектральное разрешение спектроанализатора.



**Цель исследования.** Разработка физико-математической модели КОС для расчета его геометрической шумовой полосы пропускания.

**Методика реализации.** На основе анализа физико-математической модели КОС предложено определять распределение амплитуды поля на выходе спектроанализатора с помощью его геометрической шумовой полосы пропускания.

**Результаты исследования.** Установлено, что спектроанализатор можно рассматривать как линейную инвариантную когерентную оптическую систему, которая характеризуется импульсным откликом и передаточной функцией. При этом геометрическая шумовая полоса пропускания равна площади входного транспаранта, амплитудный коэффициент пропускания которого определяется амплитудой исследуемого сигнала.

**Выводы.** Анализ разработанной физико-математической модели КОС показал, что геометрическая шумовая полоса пропускания является одной из важных характеристик спектроанализатора, так как позволяет рассчитать его пространственное спектральное разрешение. Установлено, что когерентная передаточная функция оптического спектроанализатора равняется площади входного транспаранта, амплитудный коэффициент пропускания которого определяется амплитудой исследуемого сигнала.

**Ключевые слова:** оптический спектроанализатор; геометрическая шумовая полоса пропускания; спектральное разрешение.

Рекомендована Радою  
приладобудівного факультету  
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції  
27 липня 2015 року