UDC 519.95

N.O. Virchenko, M.O. Chetvertak
National Technical University of Ukraine "KPI", Kyiv, Ukraine

APPLICATIONS OF GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORMS

Background. The article studies the generalized integral transforms, such as generalized Laplace' integral transform, generalized Stieltjes' integral transformation.

Objective. Investigation some applications of the new generalized classical integral transforms for solving integral and differential equations, for calculation integrals which are absent in reference and scientific literature.

Methods. We apply the methods the theory of functional variable, the theory of mathematical physics, the theory of special function and the methods the theory applied analysis.

Results. Some new forms of generalized Laplace' integral transform are given. With help of the *r*-generalized confluent hypergeometric function the generalized Stieltjes' integral transform is introduced. The inverse theorem of the generalized Stieltjes' integral transform is proved. New properties of the *r*-generalized confluent hypergeometric function are explored.

Conclusions. New properties of the *r*-generalized confluent hypergeometric function are explored. These functions are expressing in the form by the Fox–Wright functions. Some forms of generalized Laplace' integral transform are given. With help of the *r*-generalized confluent hypergeometric function the generalized Stieltjes' integral transform is introduced. Interesting examples of applications of new generalized integral transforms in the theory of differential and integral equations, for calculation of integrals, which are absent in mathematical literature are given.

Keywords: generalized integral transforms; Laplace' integral transforms; Stieltjes' integral transforms.

Introduction

As it is known that the method of integral transforms is the greatest effective contemporary method for the solving of problems in mathematics and other fields of the natural sciences.

Operational method extensively are used in the solving of problems in the theory of the differential and integral equation etc.

Heviside used these methods in electricity. Latter these methods begin to apply in thermotechnics and etc.

Operational methods have some preferences before classical methods, namely:

- receiving solutions have much simple form,
- it is easy to make analysis of the solutions,
- scheme and technology of application of the method of integral transforms is very simple.

Now the method of integral transforms received rigorous mathematical substantiation.

In fact, the method of integral transforms is new method for the solving of equations of the mathematical physics and other branches of theoretical and practical mathematics.

The important role of the method of integral transforms is well known in applied mathematics, for the development of effective analytical method for solving a wide class of boundary value problems of the mathematical physics, the theory of the differential and integral equations, the theory of modeling and automatic control, many problems of the theory of the special functions, for the different branches of sciences [1–10].

The special functions are widely used in the construction of various integral transforms [1–5, 7–12].

Statement of the problem

In this article we consider some applications of the new generalized classical integral transforms for solving integral and differential equations, for calculation integrals which are absent in reference and scientific literature.

Main properties of the generalized confluent hypergeometric functions

Let us consider the generalized confluent hypergeometric function in the following form:

$$ {}_1\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;z) = \frac{1}{\mathrm{B}(a,c-a)} \times \int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{c-a-1}\, {}_1\Psi_1\left[\begin{matrix}(a;\tau)\\(c;\beta)\end{matrix}\middle|\; zt^{\tau}\right]dt, \quad (1)$$

where $\mathrm{Re}\,c > \mathrm{Re}\,a > 0, \{\tau,\beta\} \subset R; \tau > 0; \tau-\beta < 1; \mathrm{B}(a,c)$ is the classic beta-function, and ${}_1\Psi_1$ is a special case of the generalized hypergeometric the Fox–Wright function [2]:

$$ {}_p\Psi_q\left[\begin{matrix}(a_i;\alpha_i)_{1,p}\\(b_j;\beta_j)_{1,q}\end{matrix}\middle| z\right]=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\prod_{i=1}^{p}\Gamma(a_i+n\alpha_i)}{\prod_{j=1}^{q}\Gamma(b_j+n\beta_j)}\frac{z^n}{n!}, \quad (2) $$

where $z\in C;\ a_i,\ b_j\in C,\ \{\alpha_i,\beta_j\}\subset R\{-\infty,+\infty\};\ (a_i,\ b_j\neq 0;\ i=1,2,\dots,p;\ j=1,2,\dots,q),\ 1+\sum_{j=1}^{q}\beta_j-\sum_{i=1}^{p}\alpha_i\geq 0.$

When $\tau=\beta=0$ in (1) we have the classical confluent hypergeometric function ${}_1\Phi_1(a;c;z)$ [2].

The *r*-confluent hypergeometric function has the following form:

$$ {}_1^r\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;z)=\frac{1}{\mathrm{B}(a,c-a)} $$

$$ \times\int_0^1 t^{a-1}(1-t)^{c-a-1}e^{xt}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}\left(\delta;\gamma;-\frac{r}{t(1-t)}\right)dt, \quad (3) $$

here $\{a,c,\delta,\gamma\}\subset C,\ \mathrm{Re}\,c>\mathrm{Re}\,a>0,\ r>0,\mathrm{Re}\,\gamma>\mathrm{Re}\,\delta>0,\gamma>0,\delta>0,\ \{\tau,\beta\}\subset R,\ \tau>0,\ \tau-\beta<1,$ ${}_1\Phi_1^{\tau,\beta}(\dots)$ is the function of form (1).

Let us recall the definitions of some new generalized integral transforms [9].

The generalized Laplace' integral transforms:

$$ L_m\{f(x);y\}=\int_0^\infty x^{m-1}e^{-x^m y^m}f(x)dx, $$

$$ \tilde{L}\{f(x);y\}=\int_0^\infty e^{-xy}\,{}_1^r\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;-r(xy)^\gamma)f(x)\,dx, $$

$$ \tilde{L}_m\{f(x);y\}= $$

$$ \int_0^\infty x^{m-1}e^{-x^m y^m}\,{}_1^r\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;-r(x^m y^m)^\gamma)f(x)dx, \quad (4) $$

$$ \tilde{L}_{\gamma_1,\gamma_2,\gamma}\{f(x);y\}= $$

$$ \int_0^\infty x^{\gamma_2}e^{-(xy)^{\gamma_1}}\,{}_1^r\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;-r(xy)^{\gamma\gamma_1})f(x)\,dx, \quad (5) $$

where $x>0,\gamma>\mathrm{C},\gamma_1>0,\gamma_2>0,r\geq 0,f(x)\equiv 0$ as $x<0;\ \mathrm{Re}\,c>\mathrm{Re}\,a>0;\ \{\tau,\beta\}\subset R,\tau>0,\tau-\beta<1,$ $x^{\gamma_2}f(x)<Me^{s_0x^{\gamma_1}};M,s_0$ are constans, ${}_1^r\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;z)$ is *r*-confluent hypergeometric function (3).

As $m=1,r=0$ in (4), and $r=0,\gamma_2=0,$ $\gamma_1=1$ in (5) we receive Laplace' classical integral transform.

The general Stieltjes' integral transforms:

$$ \mathrm{P}_1^{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4}\{f(u);x\} $$

$$ =\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)}\int_0^\infty\frac{u^{\gamma_2}f(u)}{(x^{\gamma_1}+u^{\gamma_1})^{\gamma_3}} $$

$$ \times{}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(a_1;\tau)\ \ (a_2;\gamma)\\(c;\beta);\end{matrix}\middle|-r\left(\frac{u^{\gamma_1}}{x^{\gamma_1}+u^{\gamma_1}}\right)^{\gamma_4}\right]du=\varphi, \quad (6) $$

$$ \mathrm{P}_2^{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4}\{f(u);x\} $$

$$ =\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)}\int_0^\infty\frac{u^{\gamma_2}f(u)}{(x^{\gamma_1}+u^{\gamma_1})^{\gamma_3}} $$

$$ \times{}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(a_1;\tau)\ \ (a_2;\gamma)\\(c;\beta);\end{matrix}\middle|-r\left(\frac{x^{\gamma_1}}{x^{\gamma_1}+u^{\gamma_1}}\right)^{\gamma_4}\right]du, \quad (7) $$

where $\mathrm{Re}\,a_1>0,\ \mathrm{Re}\,a_2>0,\ \mathrm{Re}\,c>0,\ \gamma_i>0,\ i=\overline{1,4};$ $\{\tau,\beta\}\subset R;\tau>0;\ \ \tau-\beta<1;r\geq 0,{}_2\Psi_1$ is the function of the form (2).

As $r=0,\gamma_1=1,\gamma_2=0,\gamma_3=p$ the transforms (6), (7) coincide with the Stieltjes integral transform

$$ S_p\{f(x);y\}=\int_0^\infty\frac{f(x)}{(x+y)^p}dx. $$

It is valid the next.

Theorem. Under the conditions of existing of the integral transform (6) the following inversion formula has the form:

$$ f(y)=\tilde{L}^{-1}_{\gamma_1,\gamma_2,\gamma}\left\{L^{-1}_{\gamma_1,\gamma_2,a_2-1}\left\{\frac{\Gamma(a_2)}{\gamma_1}\varphi(z);x\right\};y\right\}, \quad (8) $$

where

$$ \varphi(z)=\mathrm{P}_1^{\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4}\{f(u);z\};\ \gamma_4=\gamma,\ \gamma_3=a_2. $$

P r o o f. Let us consider the equality

$$ \int_0^\infty x^{\gamma_1a_2-1}y^{\gamma_2}e^{-(y^{\gamma_1}+z^{\gamma_1})x^{\gamma_1}}\,{}_1\Phi_1(a;c;-r(xy)^{\gamma\gamma_1})dx $$

$$ =\frac{1}{\gamma_1}\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a_1)}\frac{y^{\gamma_2}}{(y^{\gamma_1}+z^{\gamma_1})^{a_2}} $$

$$\times\ {}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(a;\tau) & (a_2;\gamma)\\ (c;\beta); & \end{matrix}\middle| -r\left(\frac{y^{\gamma_1}}{y^{\gamma_1}+z^{\gamma_1}}\right)^{\gamma}\right]. \qquad (9)$$

Let in (8) $\gamma_4=\gamma, \gamma_3=a_2$ and taking into account (9) we obtain (8).

About other integral transforms can be found in [9].

Let us give examples of applications of the generalized integral transforms for evaluation of some integrals, in the theory of differential and integral equations.

1) Taking into account formula [3]:

$$L\{t^{-1}\sin\alpha t\sin\beta t;u\}=2^{-2}\ln\frac{u^2+(\alpha+\beta)^2}{u^2+(\alpha-\beta)^2},$$

$$(\mathrm{Re}\,u>|\mathrm{Im}(\pm\alpha\pm\beta)|)$$

we get

$$\int_0^\infty x^{\mu-1}\tilde{L}_{m,m-1,\gamma}\{t^{\mu-m}e^{-tu}\sin\alpha t\sin\beta t;x\}dt$$

$$=\frac{1}{4}\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)m}\,{}_2\Psi_1\left[\begin{matrix}(a;\tau); & (\frac{\mu}{m};\gamma)\\ (c;\beta); & \end{matrix}\middle| -r\right]\ln\frac{u^2+(\alpha+\beta)^2}{u^2+(\alpha-\beta)^2}.$$

2) Let us consider the next problem:

$$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial x}-x^3\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=x^2t;\ (x,t>0), \qquad (10)$$

$$u(0,t)=0, u(x,0)=1,\ u_t'(0,t)=0. \qquad (11)$$

Rewriting the differential equation (10):

$$-\frac{1}{x^3}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{x^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{t}{x}, \qquad (12)$$

then apply to (12) the generalized integral Laplace transform L_m, we obtain:

$$U''_{xx}(x,s)-4s^4U(x,s)=\frac{\Gamma(1/2)}{2s}x,$$

where $U(x,s)=L_m\{u(x,t),s\}$.

The solution of the differential equation is:

$$U(x,s)=C_1e^{2s^2}+C_2e^{-2s^2}-\frac{\Gamma(1/2)}{8s^5}x, \qquad (13)$$

where

$$C_1=0, C_2=\frac{1}{2s^2}. \qquad (14)$$

Taking into account (13), (14), we have:

$$U(x,s)=\frac{1}{2s^2}e^{-2s^2}=\frac{\Gamma(1/2)}{8s^5}x.$$

Applying the inversion formula we get:

$$u(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\left[\frac{1}{s}e^{-2s}\frac{\Gamma(1/2)}{4s^{2,5}}x\right]e^{st^2}ds.$$

3) Let us consider the following integral equation:

$$\int_0^x\varphi(t)(x-t)^{\upsilon-1}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}\left(a;c;-\frac{r}{s^\gamma(x-t)^\gamma}\right)dt=f(x).$$

After applying the Laplace integral transform we change the order of integration:

$$\int_0^\infty\varphi(t)dt\int_t^\infty e^{-xs}(x-t)^{\upsilon-1}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}\left(a;c;-\frac{r}{s^\gamma(x-t)^\gamma}\right)dx$$

$$=L\{f(x);s\}.$$

After substitution $s(x-t)=z$ we get:

$$s^{-\upsilon}\int_0^\infty e^{-ts}\varphi(t)dt\int_0^\infty e^{-z}z^{\upsilon-1}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}\left(a;c;-\frac{r}{z^\gamma}\right)dz$$

$$=L\{f(x);s\}.$$

As the result we have:

$$\varphi(t)=\frac{1}{2\pi i\,{}^{\tau,\beta}\Gamma_a^c(\upsilon;\gamma;1;r)}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}s^\upsilon L\{f(x);s\}e^{ts}ds,$$

here (see [9]):

$${}^{\tau,\beta}\Gamma_a^c(\alpha;\gamma;w;r)=\int_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t^w}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}\left(a;c;-\frac{r}{t^\gamma}\right)dt.$$

4) As $\mathrm{Re}\,c>\mathrm{Re}\,a>0, \tau\in R, \tau>0, \beta<R, \beta>0,$ $\tau-\beta<1, \mathrm{Re}\,x^{\gamma_1}>s_0,\ \gamma_1>0,\ \gamma_2,r\ge 0,\ |\varphi(t)|\le$ $\le Ct^{\gamma_1-\gamma_2-1}e^{s_0t^{\gamma_1}}$ (C, S_0 are constants), $f\in L(0;\infty)$ the Fredholm' integral equation

$$\int_0^\infty t^{\gamma_2}e^{-(xt)^{\gamma_1}}\,{}_1\Phi_1^{\tau,\beta}(a;c;-r(xt)^{\gamma\gamma_1})\varphi(t)dt=f(x),$$

has the solution:

$$\varphi(u)=\gamma_1\frac{\Gamma(a)}{\Gamma(c)}u^{-\gamma_2}\int_0^\infty(ux)^{-1}f(x)K(ux)dx,$$

where

$$K(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{x^s}{\zeta(s)}ds,\ \zeta(s)$$

$$={}_2\Psi_1\left[\begin{array}{c}(a;\tau);\ \left(\frac{s}{\gamma_1};\gamma\right)\\ (c;\beta);\end{array}\middle| -r\right].$$

5) Applying the formula [9]

$$L_2\{u^{\upsilon-1}\tilde{L}_2\{f(x);u\};y\}=\frac{\Gamma(\upsilon)}{2}\tilde{P}_{2,1}^{-\upsilon}\{f(x);y\}$$

we get:

$$\tilde{P}_{2,1}^{\upsilon}\left\{\int\limits_0^\infty J_{2\gamma k}(2\sqrt{t}x)t^{-\gamma k}\sin t dt;y\right\}=\frac{1}{2}\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)\Gamma(\upsilon)}$$

$$\times\sum_{k=0}^\infty\frac{\Gamma(a+\tau k)}{\Gamma(c+\beta k)}\frac{(-r)^k}{k!}\frac{\pi V_{-\gamma k+\frac{\upsilon-1}{2}}(2y^2,0)}{\sin\left(\pi\left(-\gamma k+\frac{\upsilon-1}{2}\right)\right)}.$$

$\left(\mathrm{Re}\left(-\gamma k+\frac{\upsilon-1}{2}\right)>0\right), J_\upsilon(z)$ is the Bessel' function ($|z|<\infty$).

Conclusions

The (τ,β)-generalized confluent hypergeometric functions gave possibility to solve boundary value problems for the differential equations, integral equations, to evaluate new integrals which are absent in the mathematical literature etc. The main properties of the generalized confluent hypergeometric functions are given. The new generalized integral transforms are recalled, in particular, the generalized Laplace' integral transform, the generalized Stieltjes' integral transform.

Applications of the new generalized integral transforms are given.

These results can be used to further widely and deeper applications of the new generalized integral transforms.

List of literature

1. *Kilbas A., Saigo M.,* H-transforms. – Charman and Hall, 2004. – 390 p.
2. *Higher* Transcendental Functions. Vol. 1 / Eds. H. Bateman, A. Erdelyi. – New York: Mc. Grow-Hill 1953. – 402 p.
3. *Table*s of Integral Transforms. Vol. 1. – New York; Toronto; London: MCGRAW-Hill Book Company, 1954. – 346 p.
4. *Agarwal R.P.* Some properties of generalized Hankel transform // Bull. Calcutta Math. Soc. – 1951. – **43**. – P. 153–167.
5. *Al-Bassam M.A.* H-R transform equations of Laguerre type // Bull. College Sci., Irag. – 1966. – **9**. – P. 181–184.
6. *Virchenko N.O., Kalla S.L., Al-Zamel A.* Some results on a generalized hypergeometric function // Integral Transf. Spec. Func. – 2001. – **12**, № 3. – P. 89–100.
7. *Virchenko N.O.* Fractional order integral Laguerre's transform // 9th Integr. Colleguium Diff. Equations. – Plovdiv, Bulgaria, 1998. – P. 197.
8. *Virchenko N.O., Thao N.X.* On generalized convolution of sin-, cos- and K-L integral transforms // Ukr. Math. J. – 2012. – **64**, № 1. – P. 81–91.
9. *Gonzalez B., Negrin E.* A distributional inversion formula for a generalization of the Stieltjes and Poisson transforms // Integr. Transforms Spec. Func. – 2009. – **20**, № 12. – P. 897–903.
10. *Mathai A.M., Haubold H.J.* Special Functions for Applied. – New York: Springer, 2008. – 464 p.
11. *Virchenko N.O.* The Generalized Integral Transforms. – Kyiv: Zadruga, 2013. – 398 p.
12. *Garg M., Rao A., Kalla S.* On a generalized finite Hankel transform // Appl. Math. Comput. – 2007. – **190**. – P. 705–711.

References

1. A.A. Kilbas and M. Saigo, *H-transforms.* Charman and Hall, 2004, 390 p.
2. *Higher Transcendental Functions*, H. Bateman and A. Erdelyi, eds., vol. 1. New York: Mc. Grow-Hill 1953, 402 p.
3. *Tables of Integral Transforms.* vol. 1. New York, Toronto, London: MCGRAW-Hill Book Company, 1954, 346 p.
4. R.P. Agarwal, "Some properties of generalized Hankel transform", *Bull. Calcutta Math. Soc.,* no.43, pp. 153–167, 1951.
5. M.A. Al-Bassam, "H-R transform equations of Laguerre type", *Bull. College of Sci., Irag.* vol. 9, pp. 181–184, 1966.
6. N.O. Virchenko *et al.*, "Some results on a generalized hypergeometric function", *Integral Transf. Spec. Func.*, vol. 12, no. 3, pp. 89–100, 2001.
7. N.O. Virchenko "Fractional order integral Laguerre's transform", in *9th Integr. Colleguium Diff. Equations*, Plovdiv, Bulgaria, 1998, 197 p.
8. N.O. Virchenko *et al.*, "On generalized convolution of sin-, cos- and K-L integral transforms", *Ukr.Math. J.*, vol. 64, no.1, pp. 81–91, 2012.

9. B. Gonzalez *et al.*, "A distributional inversion formula for a generalization of the Stieltjes and Poisson transforms", *Integr. Transforms Spec. Func.*, vol. 20, no. 12, pp. 897–903, 2009.
10. A.M. Mathai *et al.*, *Special Functions for Applied.* New York: Springer, 2008, 464 p.
11. N.O. Virchenko, *The Generalized Integral Transforms.* Kyiv, Ukraine: Zadruga, 2013, 398 p.
12. M. Garg *et al.*, "On a generalized finite Hankel transform", *Appl. Math. Comput.*, vol. 190, pp. 705–711, 2007.

Н.О. Вірченко, М.О. Четвертак

ЗАСТОСУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Проблематика. Статтю присвячено дослідженню узагальнених інтегральних перетворень, а саме узагальненого інтегрального перетворення Лапласа, узагальненого інтегрального перетворення Стільтьєса.

Мета дослідження. Дослідження застосувань нових узагальнень класичних інтегральних перетворень для розв'язання диференціальних, інтегральних рівнянь, обчислення інтегралів, які відсутні у відповідній науковій літературі.

Методика реалізації. Для дослідження узагальнених інтегральних перетворень використовувалися методи теорії функціональної змінної, математичної фізики, теорії спеціальних функцій та методи прикладного аналізу.

Результати дослідження. В роботі подано нові узагальнення інтегральних перетворень Лапласа. За допомогою *r*-узагальненої конфлюентної гіпергеометричної функції введено узагальнене інтегральне перетворення Стільтьєса. Доведено теорему обернення узагальненого інтегрального перетворення Стільтьєса. Отримано нові властивості *r*-узагальнених конфлюентних гіпергеометричних функцій.

Висновки. Досліджено нові властивості *r*-узагальнених конфлюентних гіпергеометричних функцій, що виражаються через функції Фокса–Райта. Наведено деякі форми узагальненого інтегрального перетворення Лапласа. За допомогою *r*-узагальненої конфлюентної гіпергеометричної функції запроваджено узагальнене інтегральне перетворення Стільтьєса. Подано цікаві приклади застосування нових узагальнених інтегральних перетворень у теорії диференціальних та інтегральних рівнянь для обчислення інтегралів, відсутніх у математичній літературі.

Ключові слова: узагальнені інтегральні перетворення; інтегральне перетворення Лапласа; інтегральне перетворення Стільтьєса.

Н.А. Вирченко, М.А. Четвертак

ПРИМЕНЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Проблематика. В статье рассматриваются обобщенные интегральные преобразования, а именно обобщенное интегральное преобразование Лапласа, обобщенное интегральное преобразование Стильтьеса.

Цель исследования. Исследование применений новых обобщенных классических интегральных преобразований для решений дифференциальных и интегральных уравнений, для вычисления интегралов, отсутствующих в математической литературе.

Методика реализации. Для исследования обобщенных интегральных преобразований использовались методы теории комплексного переменного, математической физики, теория специальных функций, методы прикладного анализа.

Результаты исследования. В работе представлено новое обобщенное интегральное преобразование Лапласа. С помощью, *r*-обобщенной конфлюэнтной гипергеометрической функции введено обобщенное интегральное преобразование Стильтьеса. Доказана теорема об обращении обобщенного интегрального преобразования Стильтьеса. Получены новые свойства *r*-обобщенных конфлюэнтных гипергеометрических функций.

Выводы. Исследованы новые свойства *r*-обобщенных конфлюэнтных гипергеометрических функций. Эти функции выражаются через функции Фокса–Райта. Даны некоторые формы обобщенного интегрального преобразования Лапласа. С помощью *r*-обобщенной конфлюэнтной гипергеометрической функции введено обобщенное интегральное преобразование Стильтьеса. Даны интересные примеры применения новых обобщенных интегральных преобразований в теории дифференциальных и интегральных уравнений для вычисления интегралов, отсутствующих в математической литературе.

Ключевые слова: обобщенные интегральные преобразования; интегральное преобразование Лапласа; интегральное преобразование Стильтьеса.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
11 березня 2015 року