

УДК 681.518.25

О.М. Солошенко

СПОСІБ РОЗРАХУНКУ ПОКАЗНИКА ДЖІНІ, СТАТИСТИКИ КОЛМОГОРОВА–СМИРНОВА ТА ВІДСТАНІ МАХАЛАНОбІСА У КРЕДИТНОМУ СКОРИНГУ ЗАСОБАМИ МОВИ SQL

Method of assessing the Gini indicator, the Kolmogorov–Smirnov statistics and the Mahalanobis distance using the Data Manipulation Language (DML) possibilities within the Structured Query Language (SQL) as the Fourth-Generation programming Language (4GL) implementation providing the corresponding program code was developed. The key feature of the program implementation is the application of the common table expressions, aggregate and analytic windowing functions, table joins, set operations and other possibilities of the DML language within the SQL language as the 4GL approach using the database application Oracle Database 11g as an example. The way of assessing the forecasting performance indicators for an abstract fuzzy probabilistic classifier, particularly in credit scoring, is proposed. The research results are the formalization of the way of assessing the scorecard performance key statistical indicators and providing corresponding program code with the SQL language. The advantages of the proposed way of assessing the statistical indicators with the Fourth-Generation programming Languages are given.

Keywords: credit scoring; Gini indicator; Kolmogorov–Smirnov statistics; Mahalanobis distance; Data Manipulation Language (DML); Structured Query Language (SQL); aggregate and analytic windowing functions; the Fourth-Generation programming Languages (4GL).

Вступ

У задачах нечіткої ймовірнісної бінарної класифікації даних, зокрема у задачах кредитного скорингу [1], необхідно оцінювати якість нечіткої ймовірнісної бінарної класифікації при змінному порозі відсікання, що накладається на присвоєний ймовірнісний результат належності до класу одного з двох можливих варіантів для кожного елемента тестової вибірки або на однозначно відповідний ймовірності присвоєний скоринговий бал. Кумулятивні, інтегральні показники – індикатор Джині (GINI) та статистика Колмогорова–Смирнова (К.–С.), а також статистичний показник функції від зважених моментів другого і першого порядків – відстань Махаланобіса (Mahalanobis distance), відображають якість нечіткого ймовірнісного бінарного класифікатора [1, 2], оцінюючи якість ранжування вибірки відносно цільової бінарної змінної, тобто статистичну нерівність умовних розподілів щодо двох класів для значень присвоєного рангу, враховуючи нерівність їх математичного сподівання й інших показників.

Недоліком більшості способів розрахунку індексу Джині, статистики Колмогорова–Смирнова [3] та відстані Махаланобіса в програмних продуктах, розроблених мовами третього покоління [4], є надмірна деталізація на рівні елементарних програмних операцій програмного коду для розрахунку цих показників, адаптованого до певної мови третього покоління [4], що призводить до низької наочності власне статистичної

суті показників через необхідність реалізації операцій низького рівня і простих алгоритмів (наприклад, сортування або розрахунку суми від арифметичного виразу членів числових рядів), та веде до постановки питання сумісності скомпільованого програмного коду з обчислювальною платформою, що може призвести до необхідності перебудови програмного виконуваного файлу, а також недоліком таких реалізацій є те, що відсутній чітко визначений формат вхідних даних.

Тому актуальним є завдання розроблення способу розрахунку показника Джині, статистики Колмогорова–Смирнова та відстані Махаланобіса у кредитному скорингу засобами мови SQL, що передбачає наведення стислого програмного коду розрахунку показників якості нечіткого ймовірнісного бінарного класифікатора, застосовного на системах керування базами даних (СКБД), що підтримують агрегатні та віконні аналітичні функції з конструкцією “over”. Головним чинником актуальності дослідження є формат збереження великих масивів даних саме у вигляді таблиць сучасних реляційних СКБД в більшості установ та організацій [4, 5].

Статтю присвячено розробленню нового способу розрахунку статистичних показників GINI, К.–С. та Mahalanobis distance засобами мови SQL як мови четвертого покоління [4] за допомогою віконних аналітичних функцій [5] з метою використання виключно лише обчислювальних потужностей сервера СКБД, що містить вхідні нечітко типізовані дані.

Постановка задачі

Об'єктом дослідження є статистичні індикатори якості прогнозів імовірнісних бінарних класифікаторів, зокрема скорингових моделей [6] на тестовій вибірці.

Предметом дослідження є можливості сучасних СКБД та мови SQL на прикладі розрахунку статистичних показників якості прогнозів у кредитному скорингу.

Метою роботи є розроблення способу розрахунку індикатора Джині, статистики Колмогорова–Смирнова та відстані Махаланобіса засобами мови маніпулювання даними (Data Manipulation Language, DML) мови структурованих запитів (Structured Query Language, SQL), тобто мовою програмування четвертого покоління (Fourth-Generation programming Language, 4GL) з наведенням відповідного програмного коду.

Спосіб розрахунку K.-S., GINI та Mahalanobis distance мовою SQL

Введемо позначення одного класу як B (bad) – негативного, іншого як G (good) – позитивного з огляду на порівняння математичного сподівання по рангу.

Статистика K.-S. обчислюється як максимальна абсолютна різниця значень функцій розподілу класів (рис. 1) на області визначення рангу [1]:

$$KS = \max_{x \in X} |F_B(x) - F_G(x)|.$$

Суть пропонованого способу розрахунку засобами SQL полягає у таких конкретних етапах для розрахунку статистики K.-S.:

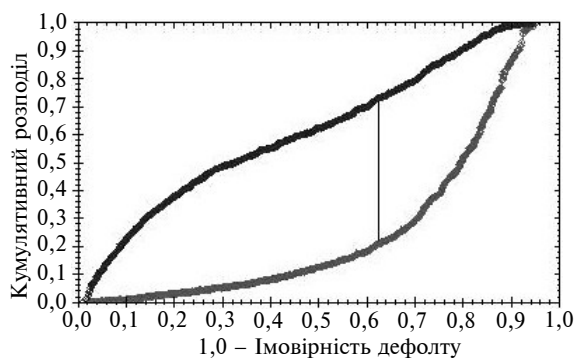


Рис. 1. Приклад обчислення статистики Колмогорова–Смирнова за допомогою аналізу функцій розподілу рангів (тут імовірнісних) двох класів; \blacksquare – специфічність (кумулятивна функція розподілу класу B); \blacksquare – частота помилки другого роду (кумулятивна функція розподілу класу G); — – відстань Колмогорова–Смирнова

- обчислення таблиці відносних частотних розподілів двох класів відносно унікальних значень імовірності належності до одного з класів (або рангу чи скорингового балу) за допомогою агрегатних та агрегатних віконних функцій як табличного виразу;

- обчислення кумулятивних розподілів – функцій розподілу двох класів відносно присвоєних імовірнісних оцінок (рангів, скорингових балів) за допомогою самопов'язування таблиці частот та агрегатних функцій як табличного виразу;

- обчислення максимальної абсолютної різниці функцій розподілу в точці $argmax$ функції модуля різниці функцій розподілу на області визначення як команди формування вибірки з табличного виразу за допомогою агрегатної функції обчислення максимуму (max) від модуля (abs) різниці.

Щодо показника Джині (GINI), то індикатор обчислюється як інтеграл із вирахуванням інтегралу від “лінії байдужості”, співвіднесений до максимального значення скорингованого інтегралу з вирахуванням площі прямокутного трикутника [3], що відповідає максимально можливій роздільній здатності класифікатора. Щонайменше існує три способи розрахунку індексу Джині, що дають один і той самий результат:

- 1) відношення площі фігури над діагоналлю до прямокутного трикутника площею 0,5 на параметричному графіку від порогу відсікання для функції розподілу позитивних спостережень по осі абсцис, функції розподілу негативних спостережень по осі ординат;

- 2) крива операційної характеристики розпізнавача (Receiver Operating Characteristics, ROC) – ROC-крива (аналогічно до п. 1, але в інших термінах) [1];

- 3) крива Лоренса [7] – залежність функції розподілу негативних спостережень класу від частки відсортованої по зростанню рангу вибірки.

Згідно з п. 1 формулу індексу Джині можна записати таким чином (відповідає класичній формулі Брауна [7]):

$$GINI = \frac{\int_{x \in X} F_B(x) dF_G(x) - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}},$$

де інтеграл розраховується числовим методом трапецій по унікальних значеннях рангу в тестовій вибірці:

$$\int_{x \in X} F_B(x) dF_G(x) = \sum_{x_i \in X} \frac{F_B(x_i) + F_B(x_{i-1})}{2} (F_G(x_i) - F_G(x_{i-1})),$$

при цьому множина значень функцій розподілу доповнюється нулями для деякого нульового абстрактного параметра, щоб перші значення функцій розподілу також мали попереднє нульове значення (рис. 2). Цю криву теж можна назвати кривою Лоренца (але параметричною) [7].

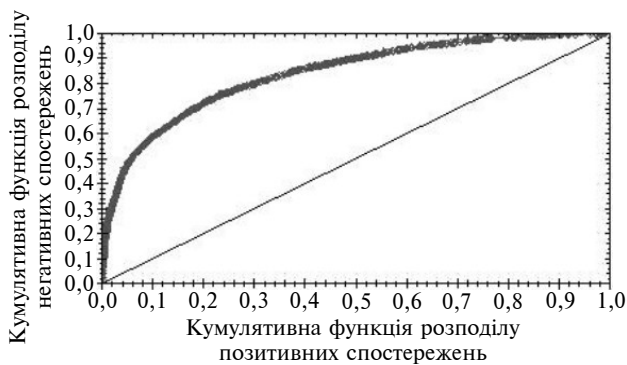


Рис. 2. Функції розподілу двох класів як параметричний двовимірний графік для розрахунку GINI; ■ – крива Лоренца; — – діагональ

Суть пропонованого способу розрахунку засобами SQL полягає у таких конкретних етапах для розрахунку показника GINI:

- обчислення таблиці відносних частотних розподілів двох класів відносно унікальних значень імовірності належності до одного з класів (або рангу чи скорингового балу) за допомогою агрегатних та агрегатних віконних функцій як табличного виразу;

- обчислення кумулятивних розподілів – функцій розподілу двох класів відносно присвоєних імовірнісних оцінок (рангів, скорингових балів) за допомогою самопов'язування таблиці частот та агрегатних функцій як табличного виразу;

- обчислення табличного виразу, що містить як дві функції розподілу, так і дві відповідні функції розподілу із запізненням (лагом) на один аргумент назад за допомогою віконної аналітичної функції (lag);

- обчислення інтегралу $\int_{x \in X} F_B(x) dF_G(x)$

за допомогою виразу від агрегатної функції суми (sum) від іншого виразу як вибірки з табличного виразу.

Відстань Махаланобіса обчислюється як модуль різниці математичних сподівань рангу двох класів розподілів, співвіднесений до кореня квадратного зі зважених по об'єму вибірки класів дисперсій класів розподілів рангу (як зваженого середньоквадратичного відхилення):

$$D = \frac{|m_G - m_B|}{\sqrt{\frac{N_G \delta_G^2 + N_B \delta_B^2}{N_G + N_B}}}$$

На відміну від чітких графіків функцій розподілу для GINI та K.–S., разом із розрахунком відстані Махаланобіса наводять гістограми двох розподілів (крок гістограми не впливає на цей показник, що від кроку по осі абсцис не залежить, бо гістограма використовується лише для наближеної ілюстрації функції щільності розподілів). Гістограма у цьому випадку може будуватися неоднозначно, але це не впливає на обчислення відстані Махаланобіса (рис. 3).

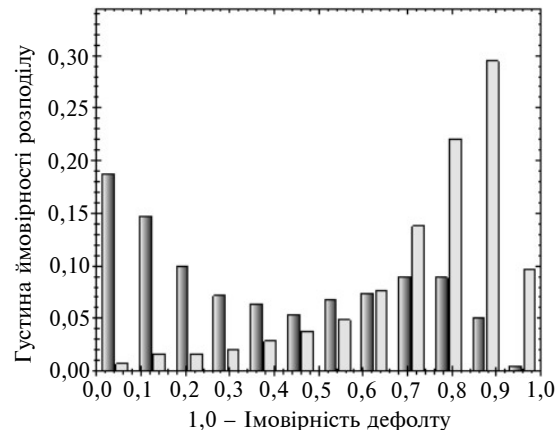


Рис. 3. Щільність розподілів, які супроводжують розрахунок Mahalanobis distance; ■ – густина негативного класу; □ – густина позитивного класу

Суть пропонованого способу розрахунку засобами SQL полягає у таких конкретних етапах для розрахунку показника Mahalanobis distance:

- обчислення об'єму вибірки, математичного сподівання та незміщеного стандартного середньоквадратичного відхилення для першого класу за допомогою вкладеного запиту до табличного виразу, що дублює вхідні дані з перейменуванням стовпців;

- обчислення об'єму вибірки, математичного сподівання та незміщеного стандартного середньоквадратичного відхилення для другого класу за допомогою вкладеного запиту до таб-

личного виразу, що дублює вхідні дані з перейменуванням стовпців;

- пов'язування двох вкладених однорядкових запитів через декартів добуток множин та обчислення відстані Махаланобіса за допомогою класичної формули.

Мова структурованих запитів (SQL) відноситься до мов програмування четвертого рівня [4]. Потужним засобом більшості реляційних СКБД (наприклад Oracle, MS SQL Server, Sybase) є віконні агрегатні й аналітичні функції [5]. У цій реалізації для методу трапецій використовується аналітична віконна функція LAG OVER().

Програмний код (коментар щодо вхідних даних: BAD і GOOD набувають значень 0 або 1, при цьому $BAD + GOOD = 1$) складається з двох частин, що відповідають використанню узагальнених табличних виразів: фрагменту оголошень узагальнених табличних виразів (за допомогою ключового слова "WITH") та фрагменту запиту до узагальнених табличних виразів і таблиць (за допомогою ключового слова "SELECT").

Перший фрагмент коду відповідає оголошенню чотирьох узагальнених табличних виразів:

- табличний вираз, що описує вхідну вибірку, що аналізується. Містить посилання на необхідну таблицю та перейменування її необхідних полів у три поля з фіксованими іменами. Передбачається, що поля BAD та GOOD є індикаторами одного з двох взаємно виключних класів, а більше значення поля score, що набуває дійсних значень, відповідає більшій імовірності значення $GOOD = 1$ (тобто $BAD = 0$);

- табличний вираз, що відповідає таблиці розподілів (частот) індикаторів двох взаємно виключних класів по унікальних значеннях поля прогнозу (score). Містить агрегатні й агрегатні віконні функції;

- табличний вираз двох функцій кумулятивного розподілу індикаторів класів відносно унікальних значень прогнозу (score) у вибірці. Містить агрегатні функції та самопов'язування таблиці;

- табличний вираз двох функцій кумулятивного розподілу індикаторів класів з поточними та попередніми значеннями. Містить аналітичні віконні функції.

Текст першого фрагменту коду такий:

```
WITH smpl(BAD, GOOD, score) AS
```

```
(SELECT BAD, 1-BAD AS GOOD,
SCOR_VAL AS SCORE FROM input_table),
distr AS
(SELECT score,
(sum(GOOD)/sum(sum(GOOD)) over())
AS GOOD,
(sum(BAD) /sum(sum(BAD)) over())
AS BAD
FROM smpl GROUP BY score ORDER BY
score),
cum AS
(SELECT D_BASE.SCORE,
sum(D_LESS.GOOD) AS GOOD,
sum(D_LESS.BAD) AS BAD
FROM distr d_base
LEFT JOIN distr d_less ON
D_LESS.SCORE<=D_BASE.SCORE
GROUP BY D_BASE.SCORE ORDER BY
D_BASE.SCORE),
cum_with_lag AS
(SELECT cum.*,
LAG(cum.GOOD, 1, 0) OVER(ORDER BY
SCORE) AS GOOD_PREV,
LAG(cum.BAD, 1, 0) OVER(ORDER BY
SCORE) AS BAD_PREV
FROM cum)
```

Другий фрагмент коду відповідає запиту до табличних виразів, що також передбачає можливість використання таблиць. У цьому фрагменті коду формується результуюча таблиця з трьома рядками через операцію об'єднання (без виключення дублікатів) результатів трьох запитів:

- до табличного виразу двох кумулятивних розподілів двох взаємно виключних класів (третій табличний вираз) для обчислення статистики Колмогорова–Смирнова. Містить агрегатну функцію обчислення максимуму від математичного виразу полів;

- до табличного виразу двох кумулятивних розподілів двох взаємно виключних класів з поточними та попередніми значеннями (четвертий табличний вираз) для обчислення індексу Джині. Містить агрегатну функцію обчислення суми від математичного виразу полів для обчислення інтегралу методом трапецій;

- складний запит з двома внутрішніми запитами до табличного виразу, що описує вхідну вибірку (перший табличний вираз), для обчислення відстані Махаланобіса. Містить пов'язування таблиць, а саме обчислення декартового добутку, агрегатні функції підрахунку кіль-

кості, середнього значення та середньоквадратичного відхилення.

Текст другого фрагменту коду такий:

```
SELECT 'K.-S.' AS "Indicator",
ROUND(100.0*100.0*max(abs(BAD-
GOOD)))/100.0||%' AS "Value"
FROM cum UNION ALL
SELECT 'GINI' AS "Indicator",
ROUND(100.0*100.0*((sum((GOOD-
GOOD_PREV)*(BAD+BAD_PREV)/2)-
0.5)/0.5))/100.0||%' AS "Value"
FROM cum_with_lag UNION ALL
SELECT 'Mahalanobis distance' AS "Indica-
tor",
ROUND(100.0*100.0*(abs(G.M-
B.M)/SQRT((G.N*G.S*G.S+B.N*B.S*B.S)/(G.
N+B.N))))/100.0/100.0||%' AS "Value"
FROM
(SELECT count(*) AS N, avg(score) AS M,
STDDEV(score) AS S
FROM smpl WHERE GOOD=1) G CROSS
JOIN
(SELECT count(*) AS N, avg(score) AS M,
STDDEV(score) AS S
FROM smpl WHERE BAD=1) B;
```

Особливість наведених фрагментів коду полягає в імплементації оригінальної програмної архітектури, що складається з чітко виділених частин:

1. Реалізація чіткої послідовності чотирьох узагальнених табличних виразів (кожен наступний табличний вираз формується на основі попереднього):

- Вихідна вибірка (ідентифікатор: *smpl*).
- Таблиця розподілів класів (ідентифікатор: *distr*).
- Таблиця функцій кумулятивного розподілу (ідентифікатор: *cum*).
- Таблиця функцій кумулятивного розподілу з поточними та попередніми значеннями (ідентифікатор: *cum_with_lag*).

2. Реалізація обчислення значень трьох статистичних показників якості прогнозів на основі узагальнених табличних виразів:

- Статистика Колмогорова–Смирнова на основі табличного виразу *cum* як максимум абсолютної різниці функцій кумулятивного розподілу.
- Індекс Джині на основі табличного виразу *cum_with_lag* як інтеграл (сума) функції кумулятивного розподілу одного класу відносно диференціалу функції кумулятивного розподілу іншого класу методом трапецій.

• Відстань Махаланобіса на основі вибірок з табличного виразу вихідної вибірки *smpl*, а саме на основі середнього значення прогнозу (*score*), середньоквадратичного відхилення прогнозу (*score*) та об'єму вибірки для двох взаємно виключних класів.

До переліку інших особливостей наведених фрагментів коду належать максимальне використання аналітичних віконних та агрегатних віконних функцій, а також використання у фінальних виразах агрегатних функцій, що чітко відповідають класичним формулам обчислення значень статистичних показників.

Запропонована реалізація є доволі лаконічною (завдяки віконній аналітичній функції) та узагальненою завдяки табличним виразам, де користувачу необхідно замінити вміст першого табличного виразу, позначеного як *smpl*.

Функція ROUND та конкатенація у такому застосуванні забезпечують виведення показників індексу Джині та статистики Колмогорова–Смирнова у відсотках з точністю до базисного пункту (соті частки відсотка).

Відстань Махаланобіса відображається у звичайному форматі з точністю до базисного пункту.

Варто зауважити, що в інших реляційних СКБД (відмінних від Oracle Database 11g) з підтримкою віконних та аналітичних функцій синтаксис функції ROUND та конкатенації рядків може дещо відрізнятись, також може з'явитись необхідність явного перетворення числа в рядок.

Для СКБД, які не підтримують агрегатну функцію STDDEV для обчислення незміщеного середньоквадратичного відхилення, можна замість неї використовувати такий вираз з комбінації елементарних агрегатних функцій:

$$\text{sqrt}(\text{count}*(\text{avg}(\text{score}*\text{score})-\text{avg}(\text{score})*\text{avg}(\text{score}))/(\text{count}*-1)).$$

Наведемо доведення цього факту:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \\ \overline{x^2} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2, \\ \delta &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2)},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{\frac{N}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2)} = \\ &= \sqrt{\frac{N}{N-1} (\overline{x^2} - 2\bar{x} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i + \frac{1}{N} N\bar{x}^2)}, \\ \delta &= \sqrt{\frac{N}{N-1} (\overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2)} = \sqrt{\frac{N}{N-1} (\overline{x^2} - \bar{x}^2)}, \\ \delta^2 &= \frac{N}{N-1} (\overline{x^2} - \bar{x}^2).\end{aligned}$$

Приклад формату виведення наведено в таблиці.

Таблиця. Приклад формату виведення при виконанні коду SQL

Indicator	Value
K.-S.	68,06 %
GINI	52,44 %
Mahalanobis distance	1,5015

Висновки

Запропоновано спосіб розрахунку індексу Джині, статистики Колмогорова–Смирнова та відстані Махаланобіса мовою структурованих запитів, що є поетапним завдяки узагальненим прикладним табличним виразам та не потребує надлишкового самопов'язування таблиць завдяки використанню віконних аналітичних функцій.

Спосіб розрахунку статистичних показників мовою програмування четвертого покоління має значні переваги перед способами розрахунку мовами програмування третього покоління. Одними з головних переваг запропонованого способу й основними відмінностями від класичних є такі:

- більша наочність наведеного способу розрахунку статистичних показників, використовуючи засоби мови програмування четвертого покоління SQL, а саме: узагальнені табличні вирази, можливості оперування над множинами, використання агрегатних та агрегатних віконних функцій, а також аналітичних віконних функцій, застосування опцій сортування та самопов'язування таблиць, що забезпечує повну відсутність необхідності використання циклічних структур у цій задачі як конструкцій мов програмування третього покоління (у мові про-

грамування четвертого покоління SQL циклічні конструкції використовуються найчастіше разом з курсорами [4], що використовуються рідко);

- перенесення процесу обчислення в клієнт-серверних системах з клієнтського додатку на сервер СКБД;

- відсутність прив'язки до операційних систем, віртуальних машин, обчислювальних середовищ і платформ, що було б характерно для мов програмування третього покоління, натомість код SQL виконується як команда СКБД та залежить лише від встановленої та налаштованої СКБД;

- простота та малий обсяг доопрацювань (у разі необхідності) при переході на іншу СКБД або старішу версію Oracle Database завдяки відносній стандартизації мови SQL [4, 5] для всіх СКБД.

Спосіб розрахунку статистичних показників якості нечіткого ймовірнісного бінарного класифікатора дає можливість вирішувати задачі перевірки якості прогнозів довільного нечіткого ймовірнісного бінарного класифікатора, зокрема ключові показники, реалізовані в роботі, мають типове всезагальне використання в системах оцінювання якості роботи скорингових моделей (скорингових карт) у фінансовому моделюванні [6], та, зокрема, в галузі оцінювання кредитних ризиків у комерційних банках.

Запропонований спосіб і відповідний код SQL дуже актуальні для організації оцінювання наявних скорингових моделей, що зіставляються з пропонованими скоринговими картами в межах управління аплікаційним, поведінковим скорингом, скорингом збору фінансової заборгованості, іншими моделями, на всьому життєвому циклі роздрібного кредитування, управлінні ризиками, управлінні збору заборгованості, управлінні відносин з клієнтами.

Перспективи подальших досліджень включають перенесення цього готового коду в пакетну процедуру PL/SQL або адаптованого коду в процедуру T-SQL для конкретних реляційних СКБД.

Іншим напрямом перспективних досліджень є розроблення та програмування способів обчислення значень інших показників якості прогнозування для нечітких ймовірнісних бінарних класифікаторів та розроблення власних метрик й індикаторів оцінювання предикативності довільних нечітких ймовірнісних бінарних класифікаторів.

Ще одним напрямком досліджень є модифікація способу обчислення значень наведених показників для програмування мовою інтегрованих запитів (LINQ) платформи .NET Framework у межах вставок елементів мови четвертого покоління в мову третього покоління типу Visual C# та з метою спрощення алгоритму

розрахунку даних ключових показників у межах мови третього покоління та з метою демонстрації подібності синтаксису мови інтегрованих запитів (LINQ) до синтаксису мови структурованих запитів (SQL).

Список літератури

1. *L.C. Thomas et al.*, Credit Scoring and its Applications: SIAM monographs on mathematical modeling and computation. Philadelphia, SIAM, University City Sci. Center, 2002, 248 p.
2. *Naeem Siddiqi*, Credit risk scorecards: developing and implementing intelligent credit scoring. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2006, 196 p.
3. *Руководство по кредитному скорингу: Учебн. пособие / Под ред. Элизабет Мэйз; пер. с англ. И.М. Тикота; научн. ред. Д.И. Вороненко.* – Минск: Гревцов Паблишер, 2008. – 464 с.
4. *Урман Скотт.* ORACLE 8. Программирование на языке PL/SQL. – Москва: Лори, 1999. – 608 с.
5. *Ицик Бен-Ган.* Microsoft SQL Server 2012. Высокопроизводительный код T-SQL. Оконные функции. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2013. – 256 с.
6. *Бідюк П.І., Кузнецова Н.В., Терентьев О.М.* Система підтримки прийняття рішень для аналізу фінансових даних // Наук. вісті НТУУ “КПІ”. – 2011. – № 1. – С. 48–61.
7. *Згуровський М.З.* Сталий розвиток у глобальному і регіональному вимірах: Аналіз за даними 2005 р. – К.: НТУУ “КПІ”, 2006. – 84 с.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
“Інститут прикладного системного
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
23 липня 2014 року