

УДК 519.6+531/534

Д.В. Лєгеца

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ВІБРОЗАХИСНОЇ СИСТЕМИ,
ОСНАЩЕНОЇ РОЛИКОВИМ ГАСИТЕЛЕМ**

Using the methods of mathematical modeling to develop numeral-analytical approach for determination of equations of АСНKH of the nonlinear vibroprotective system with a new isochronous roller absorber in the first approaching and to define the optimum parameters of its tuning. For the conclusion of equations АСНKH the averaging method of W. Ritz, adapted to the probed task, was used. For the solution of nonlinear algebraic equations of АСНKH of the system the special programmatic complex was developed in a non-obvious form. For determination of optimum parameters of tuning of roller absorber, a numeral-graphic method is offered and a numeral experiment is conducted on determination of the indicated parameters. It is set on the basis of numeral experiment, that the own frequency of the optimum adjusted absorber in the nonlinear raising does not coincide with the own frequency of the optimum adjusted absorber in the linear raising. In addition, the maximal values of amplitudes of bearing body for linear and nonlinear tasks differ substantially: a rejection makes about 10 % (less than for a nonlinear task). Main advantage of the offered roller absorber consists of that frequency of own oscillations of absorber does not depend on the relative rejections of its working body. Therefore even at the large relative rejections of working body of absorber originally adjusted his parameters remain stable, and oscillations – isochronous. It is determined that the offered absorber is effective enough: it is possible using it to decrease substantially the level of amplitudes of the forced oscillations of bearings bodies.

Keywords: vibroprotective system, isochronous roller absorber, brachystochrone for a roller, settled forced oscillations, amplitude-frequency characteristic, parameters of tuning of absorber.

Вступ

Вимушені коливання різноманітних несучих об'єктів та їх елементів завжди становили велику технічну проблему, створюючи пряму загрозу їхній міцності, надійності та стійкості. Разом із конструктивними рішеннями, які забезпечують оптимальне проектування конструкцій, що піддаються вимушеним коливанням, для зменшення рівня динамічних навантажень сьогодні використовується ціла низка різних динамічних гасителів та демпферів вимушених коливань [1–10]. Проте існуючі динамічні гасителі, по-перше, за своїми фізичними властивостями мають можливість функціонувати тільки у частотному діапазоні $\omega \leq 3$ рад/с (наприклад маятникові, ударні або пружинні гасителі), і по-друге, вони не ізохронні при великих переміщеннях їхніх робочих тіл. Тому цей недолік обмежує область коректного застосування традиційних гасителів зазначеним вище частотним діапазоном. Але саме у нижньому діапазоні (0,3–3 рад/с) перебувають власні частоти основного тону коливань таких висотних, масивних і великогабаритних об'єктів, як телевежі, радіощогли та витяжні труби теплоелектростанцій [1–4, 6, 8–10], великовантажні кораблі та підводні човни [11, 12], електричні проводи потужних ліній електропередач [13–15], мостові ванти [16–20] тощо. Тому останнім ча-

сом значно зросла увага до розробок конструкцій нових компактних гасителів, ефект віброзахисту яких ґрунтується на коченні без ковзання одних твердих тіл по криволінійних поверхнях інших рухомих тіл [14, 15, 22].

Запропонована робота містить продовження наукових досліджень з математичного моделювання динамічної поведінки низки віброзахисних систем із котковими гасителями, які висвітлені в [21, 23–25]. У цих працях було побудовано, теоретично й експериментально обґрунтовано теорію коткових гасителів для віброзахисту висотних об'єктів у низькочастотному діапазоні. У конструкції перших коткових гасителів робочі виїмки були виконані у вигляді алгебричних поверхонь другого порядку (циліндричними або сферичними). В монографії [21] було показано, що частота власних коливань робочих тіл коткових гасителів зі сферичними або циліндричними виїмками залежить від різниці радіусів виїмки та котка, що дуже важливо з точки зору габаритів гасителя.

Проте головним недоліком вказаних гасителів є те, що при великих амплітудах коливань їхніх робочих тіл (більше 0,5 м) вони перестають бути ізохронними, що значно зменшує точність та стабільність параметрів їх настроювання на частоту несучого тіла.

На основі теоретичних і експериментальних досліджень було розроблено цілу низку

нових технічних рішень ізохронних коткових гасителів і амортизаторів, конструкції яких захищені патентами на винаходи [15, 22].

Отже, головним напрямом досліджень динамічної поведінки запропонованих віброзахисних систем є аналіз ефективності впливу ізохронного роликівого гасителя на рівень амплітуд вимушених коливань несучих тіл. Проте такий аналіз без розробки та залучення коректних математичних методів визначення амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) такої нелінійної віброзахисної системи неможливий.

Відсутність адекватних підходів до визначення АЧХ віброзахисної системи з новим роликівим гасителем у нелінійній постановці та відповідних математичних методів визначення оптимальних параметрів його настроювання стримує подальше впровадження таких гасителів у практику віброзахисту.

Постановка задачі

Мета статті – за допомогою методів математичного моделювання розробити аналітично-числовий підхід для визначення рівнянь АЧХ нелінійної віброзахисної системи з новим ізохронним роликівим гасителем у першому наближенні та визначити оптимальні параметри його настроювання.

Поставлене завдання розглядається вперше, є актуальним та має цілком визначену практичну направленість – забезпечити точність і стабільність функціонування нового роликівого гасителя при значних амплітудах вимушених коливань несучого тіла.

Вихідні положення

Розглядається періодичний рух віброзахисної системи з ізохронним роликівим гасителем під дією зовнішнього гармонічного збудження $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ (рис. 1). На нижній грані робочого тіла гасителя виконані опуклі робочі виїмки (поверхні) однакових розмірів, які взаємодіють із відповідними роликами, шарнірно закріпленими на несучому тілі. Кожна виїмка робочого тіла гасителя виконана обертянням брахістохрони для ролика навколо своєї вертикальної осі [23–25]. На рис. 1 показано вертикальний переріз однієї з таких виїмок, яка переміщується по своєму

ролику. Всі ролики перекочуються по вказаних опуклих поверхнях без ковзання, тобто у точках дотику роликів і робочих виїмок реалізуються кінематичні в'язі.

Поглинання енергії коливань гасителем здійснюється за рахунок використання двох пар повітряних демпферів, які закріплені шарнірно відносно несучого тіла та робочого тіла гасителя і функціонують у двох перпендикулярних напрямках [22, 23, 25]. Коливальні рухи робочого тіла гасителя є поступальними і відбуваються у вертикальній площині, перпендикулярній осі обертання ролика.

Для реалізації коливальних рухів робочого тіла по роликах скінченних розмірів необхідно, щоб радіус кривини виїмки у точці дотику з роликом був більший, ніж радіус ролика. В праці [23] було відмічено, що радіус кривизни брахістохрони, яка утворює кожну виїмку робочого тіла, дорівнює $\rho(\eta) = 4R \cos(\eta) + r$, де r – радіус ролика, R – відповідний параметр брахістохрони, η – кут відхилення нормалі \mathbf{n} у точці дотику ролика і виїмки від вертикалі. Отже, зазначена вимога виконується для довільних значень кута η , крім крайніх кутів $\eta = \pm \pi/2$, при яких радіус кривизни брахістохрони дорівнює $\rho(\pm \pi/2) = r$.

У праці [23] було отримано такі нелінійні рівняння руху досліджуваної віброзахисної системи під дією гармонічної сили:

$$(1 + \mu + \nu)\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2n_x \dot{x} + 4\nu R(\dot{\eta}^2 \sin 2\eta - \ddot{\eta} \cos^2 \eta) = \overline{F_0} \sin(\omega t), \quad (1)$$

$$\ddot{x} = 4R\chi\dot{\eta} + (g - 4R\chi\dot{\eta}^2) \operatorname{tg} \eta + 8n_\eta R\dot{\eta}, \quad (2)$$

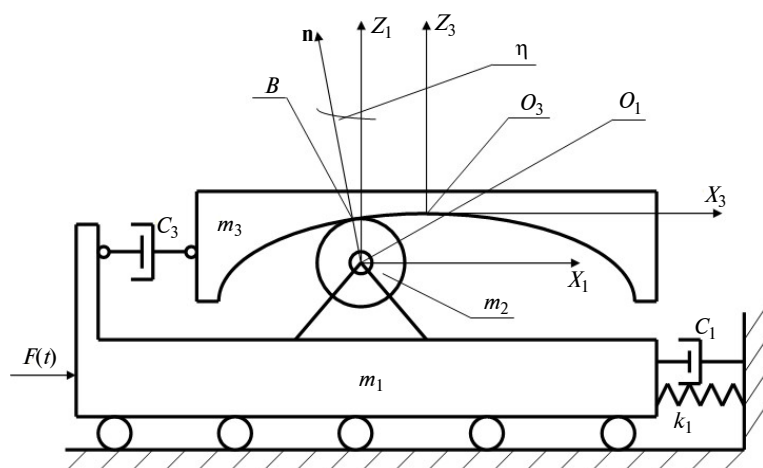


Рис. 1. Загальна схема віброзахисної системи із роликівим віброгасителем

де $2n_x = \frac{C_x}{m_1}$; $2n_\eta = \frac{C_\eta}{m_3}$; $v = \frac{m_3}{m_1}$; $\mu = \frac{m_2}{m_1}$;
 $\chi = 1 + 0,4 \frac{m_2}{m_3}$; $\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}$; $\bar{F}_0 = \frac{F_0}{m_1}$; R – параметр брахістохрони для ролика; m_1 – маса несучого тіла; m_2 – маса ролика; m_3 – маса робочого тіла гасителя; k_1 – жорсткість пружного елемента несучого тіла; \bar{F}_0 – максимальна зведена амплітуда зовнішнього збудження; n_x – коефіцієнт демпфірування несучого тіла; n_η – коефіцієнт демпфірування робочого тіла гасителя; x – перша узагальнена координата, яка описує амплітуду горизонтального відхилення центра мас несучого тіла; η – друга узагальнена координата, яка описує кут відхилення нормалі \mathbf{n} до брахістохрони, що проходить через центр мас ролика, від вертикалі (див. рис. 1).

Визначення АЧХ віброзахисної системи з ізохронним роликовим гасителем для нелінійної задачі

Розглядаються усталені вимушені коливання нелінійної віброзахисної системи під дією зовнішнього гармонічного збудження $F_0 \sin(\omega t)$. Для визначення АЧХ віброзахисної системи скористаємося процедурою осереднення В. Рітца [26–28], адаптованою до досліджуваної задачі. В основі цієї процедури лежить припущення про те, що при усталених вимушених коливаннях системи середнє значення віртуальної роботи за один період коливань дорівнює нулю.

Нехай рух механічної системи твердих тіл описується системою диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k) = 0; \quad j = \overline{1, k}, \quad (3)$$

де Z_1, Z_2, \dots, Z_k – узагальнені координати механічної системи.

Тоді вираз для віртуальної роботи на окремому віртуальному переміщенні δZ_j має вигляд

$$[\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \times \delta Z_j = 0. \quad (4)$$

У подальшому будемо припускати, що наближений розв’язок задачі про усталені коли-

вання для кожної узагальненої координати $Z_j(t)$ можна подати у вигляді такого скінченного ряду:

$$Z_j(t) = \sum_{i=1}^n A_{ij} \psi_i(t), \quad (5)$$

де ψ_i – періодичні функції часу, які вибираються із врахуванням специфіки руху механічної системи і мають період T_k , $k = 1, 2, 3$: $\psi_i(t + T_k) = \psi_i(t)$; A_{ij} – вагові коефіцієнти, які визначаються з умови, що середнє значення віртуальної роботи за один період коливань системи дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \times \psi_i(t) \delta A_{ij} dt = 0. \quad (6)$$

Через те, що варіації δA_{ij} у виразах (6) є незалежними, вирази (6) із врахуванням формул (5) перетворюються на систему нелінійних рівнянь відносно невідомих вагових коефіцієнтів A_{ij} :

$$\begin{cases} \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_1(t) dt = 0, \\ \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_2(t) dt = 0, \\ \dots \\ \int_0^T [\ddot{Z}_j + f_j(t, Z_1, Z_2, \dots, Z_k, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2, \dots, \dot{Z}_k)] \psi_n(t) dt = 0. \end{cases} \quad (7)$$

У практиці визначення першого наближення в таких задачах обмежуються одним–двома членами ряду (5) [26–28]. Для досліджуваної задачі кожен узагальнену координату в системі рівнянь (1) і (2) замінимо двочленним відрізком ряду (5) таким чином:

$$Z_1(t) = x(t) = A_1 \psi_1(t) + A_2 \psi_2(t) = A \sin(\omega t - \alpha), \quad (8)$$

$$Z_2(t) = \eta(t) = B_1 \psi_1(t) + B_2 \psi_2(t) = B \sin(\omega t - \beta), \quad (9)$$

де $\psi_1(t) = \sin(\omega t)$ і $\psi_2(t) = \cos(\omega t)$.

Розкладемо в ряди Тейлора тригонометричні функції, які входять у рівняння руху (1) і (2), та врахуємо по три члени для кожної функції:

$$\begin{aligned}\sin 2\eta &\cong 2\eta - \frac{4}{3}\eta^3 + \frac{4}{15}\eta^5; \\ \cos^2 \eta &\cong 1 - \eta^2 + \frac{1}{3}\eta^4; \\ \operatorname{tg} \eta &\cong \eta + \frac{1}{3}\eta^3 + \frac{2}{15}\eta^5.\end{aligned}\quad (10)$$

Після цього підставимо у рівняння (1) і (2) тричленні відрізки (10) відповідних рядів Тейлора. В результаті запишемо таку систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}(1 + \mu + \nu)\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2n_x \dot{x} + 4vR\dot{\eta}^2 \times \\ \times \left(2\eta - \frac{4\eta^3}{3} + \frac{4\eta^5}{15} - \dots\right) - 4vR\dot{\eta} \left(1 - \eta^2 + \frac{\eta^4}{3} - \dots\right) = \\ = \overline{F_0} \sin(\omega t),\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\ddot{x} = 4R\chi\dot{\eta} + (g - 4R\chi\dot{\eta}^2) \times \\ \times \left(\eta + \frac{\eta^3}{3} + \frac{2\eta^5}{15} - \dots\right) + 8n_\eta R\dot{\eta}.\end{aligned}\quad (12)$$

Підставимо в рівняння (11) і (12) замість $x(t)$ і $\eta(t)$ праві частини виразів (8) і (9). Після цього дістанемо два рівняння:

$$\begin{aligned}[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]A \sin(\omega t - \alpha) + \\ + 2n_x A\omega \cos(\omega t - \alpha) + 4vRB\omega^2 \sin(\omega t - \beta) \times \\ \times \left[1 - B^2 \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{1}{3}B^4 \sin^4(\omega t - \beta)\right] + \\ + 8vRB^3\omega^2 \sin(\omega t - \beta) \cos^2(\omega t - \beta) \times \\ \times \left[1 - \frac{2B^2}{3} \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{2B^4}{15} \sin^4(\omega t - \beta)\right] = \\ = \overline{F_0} \sin(\omega t).\end{aligned}\quad (13)$$

$$\begin{aligned}A\omega^2 \sin(\omega t - \alpha) - 4RB\chi\omega^2 \sin(\omega t - \beta) + \\ + [g - 4R\chi(B\omega \cos(\omega t - \beta))^2] \times \\ \times \left[1 + \frac{B^2}{3} \sin^2(\omega t - \beta) + \frac{2B^4}{15} \sin^4(\omega t - \beta)\right] \times \\ \times B \sin(\omega t - \beta) + 8n_\eta RB\omega \cos(\omega t - \beta) = 0.\end{aligned}\quad (14)$$

Застосуємо до рівнянь (13) і (14) процедуру осереднення за часом на відрізку $[0, 2\pi]$. Для цього спочатку помножимо рівняння (13) і (14) на $\sin(\omega t)$ та проінтегруємо їх на відрізку $[0, 2\pi]$. Далі те ж саме інтегрування виконаємо після помноження зазначених рівнянь на $\cos(\omega t)$.

Унаслідок осереднення за часом і тотожних перетворень (які тут не наводяться) отримаємо чотири рівняння:

$$\begin{aligned}[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] A \cos \alpha + 2n_x A\omega \sin \alpha + \\ + 4vRB\omega^2 G_1(B) \cos \beta = \overline{F_0},\end{aligned}\quad (15)$$

$$\begin{aligned}[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] A \sin \alpha - 2n_x A\omega \cos \alpha + \\ + 4vRB\omega^2 G_1(B) \sin \beta = 0,\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}A\omega^2 \cos \alpha + 8n_\eta RB\omega \sin \beta + \\ + 4RB\omega^2 \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B)\right] \cos \beta = 0,\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}A\omega^2 \sin \alpha - 8n_\eta RB\omega \cos \beta + \\ + 4RB\omega^2 \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B)\right] \sin \beta = 0,\end{aligned}\quad (18)$$

$$\begin{aligned}\text{де } G_1(B) = 1 - \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{24} + \frac{B^6}{48}; \quad G_2(B) = 1 + \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{24} + \\ + \frac{B^6}{96}; \quad G_3(B) = 1 + \frac{B^2}{4} + \frac{B^4}{12}.\end{aligned}$$

Із використанням рівнянь (15)–(18) визначимо АЧХ $A = A(\omega)$ віброзахисної системи. Для цього необхідно звільнитися від проміжних змінних B , α , β .

Спочатку визначимо перше алгебричне рівняння, яке зв'язує амплітуди вимушених коливань A (несучого тіла) і B (робочого тіла гасителя). Для цього помножимо рівняння (17) на $(-\sin \beta)$, а рівняння (18) – на $\cos \beta$, після чого їх додамо. В результаті тотожних перетворень дістанемо співвідношення для $\sin(\alpha - \beta)$:

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{8n_\eta R B}{\omega A}.\quad (19)$$

Тепер помножимо рівняння (17) на $\cos \beta$, а рівняння (18) – на $\sin \beta$, після чого знову їх додамо. В результаті отримаємо співвідношення для $\cos(\alpha - \beta)$:

$$\cos(\alpha - \beta) = 4R \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] \frac{B}{A}. \quad (20)$$

Використовуючи вирази (19) і (20), запишемо перше алгебричне рівняння, яке зв'язує амплітуди вимушених коливань A і B :

$$A = 4RB \sqrt{\left(\frac{2n_\eta}{\omega} \right)^2 + \left[\frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) - \chi G_2(B) \right]^2}. \quad (21)$$

Визначимо друге алгебричне рівняння, яке зв'язує шукані амплітуди A і B . Для цього помножимо рівняння (15) на $\cos\beta$, а рівняння (16) – на $\sin\beta$, після чого їх додамо. В результаті отримаємо

$$[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] A \cos(\alpha - \beta) + 2n_x A \omega \sin(\alpha - \beta) + 4\nu RB \omega^2 G_1(B) = \overline{F_0} \cos\beta. \quad (22)$$

Підставимо праві частини співвідношень (19) і (20) у рівняння (22), замінивши $\sin(\alpha - \beta)$ і $\cos(\alpha - \beta)$ відповідними виразами. Після тотожних перетворень маємо таке рівняння:

$$4RB \left\{ [\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] \times \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] + 4n_x n_\eta + \nu \omega^2 G_1(B) \right\} = \overline{F_0} \cos\beta. \quad (23)$$

Використовуючи рівняння (15) і (16) дістанемо таке співвідношення:

$$A^2 \{ [\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]^2 + (2n_x \omega)^2 \} = \overline{F_0}^2 - 8\nu RB \omega^2 G_1(B) \overline{F_0} \cos\beta + [4\nu RB \omega^2 G_1(B)]^2. \quad (24)$$

Підставимо ліву частину рівняння (23) у вираз (24) замість добутку $\overline{F_0} \cos\beta$, після чого дістанемо друге співвідношення між шуканими амплітудами A і B :

$$A^2 \{ [\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2]^2 + (2n_x \omega)^2 \} = \overline{F_0}^2 - 16\nu R^2 B^2 \omega^2 G_1(B) \left\{ 8n_x n_\eta + 2[\omega_0^2 - (1 + \mu + \nu)\omega^2] + \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] + \nu \omega^2 G_1(B) \right\}. \quad (25)$$

На основі рівнянь (21) і (25) отримаємо нелінійне алгебричне рівняння для неявно заданої функції $\Phi[B(\omega), \omega] = 0$, яке має такий розгорнутий вигляд:

$$B^2 - \left(\frac{\overline{F_0}}{4R} \right)^2 \frac{1}{F_9(\omega; B)} = 0, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{де } F_1(\omega; B) &= \left[\chi G_2(B) - \frac{g}{4R\omega^2} G_3(B) \right] \omega; \quad F_2(\omega) = \\ &= \left[\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - (1 + \mu + \nu) \right] \omega; \quad F_3(\omega; B) = (2n_\eta)^2 + F_1^2(\omega; B); \\ F_4(\omega) &= (2n_x)^2 + F_2^2(\omega); \quad F_5(\omega; B) = \nu \omega^2 G_1(B); \\ F_6(\omega; B) &= 8n_x n_\eta + 2F_1(\omega; B) F_2(\omega) + F_5(\omega; B); \\ F_7(\omega; B) &= F_3(\omega; B) F_4(\omega); \quad F_8(\omega; B) = F_5(\omega; B) F_6(\omega; B); \\ F_9(\omega; B) &= F_7(\omega; B) + F_8(\omega; B). \end{aligned}$$

Як впливає з рівняння (26), встановити графічний портрет функції $B = B(\omega)$ можна тільки числовими методами.

Для визначення функціональної залежності $B = B(\omega)$ з рівняння (26) було розроблено спеціальний програмний комплекс. Після отримання функціональної залежності $B = B(\omega)$ у числовому вигляді далі за допомогою формули (21) було визначено головну шукану функціональну залежність $A = A(\omega)$ – АЧХ несучого тіла.

Рівняння (26) і (21) для АЧХ у нелінійній постановці перетворюються на рівняння АЧХ у лінійній постановці (яке отримане в праці [25]), якщо у рівняннях (26) і (21) покласти

$$G_1(B) = G_2(B) = G_3(B) = 1.$$

Визначення оптимальних параметрів настроювання ізохронного роликowego гасителя для нелінійної задачі

Параметри настроювання досліджуваного гасителя будемо визначати для віброзахисної системи з такими вихідними характеристиками: $n_x = 0,03 \text{ с}^{-1}$; $\nu = 0,05$; $\mu = 0,0025$; $\chi = 1,02$; $\overline{F_0} = 0,03 \text{ g}$; $\omega_0 = 1,2 \text{ рад/с}$; g – прискорення вільного падіння. Такі ж характеристики були вибрані раніше для дослідження лінійної системи в [25] з метою подальшого порівняння обох результатів.

Максимальна амплітуда ($\overline{F_0} = 0,03 \text{ g}$) зовнішнього силового збудження та рівень демп-

фірування несучого тіла ($n_x = 0,03 \text{ c}^{-1}$) були визначені із врахуванням нормативних документів будівельної галузі.

Для визначення оптимальних параметрів R і n_η настроювання ізохронного роликового гасителя для нелінійної задачі було розроблено і реалізовано графічно-числовий метод. Він ґрунтувався на тому, що АЧХ досліджуваної двомасової механічної системи із оптимальними параметрами настроювання гасителя має вигляд, який є симетричним відносно частоти $\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ із двома рівними максимумами на відповідних частотах ω_1 і ω_2 [28]. Тому параметри R і n_η визначалися з умови рівності двох максимумів графіка функції, один з яких відповідає зведеній масі m_1 несучого тіла на частоті ω_1 , а другий – масі m_3 робочого тіла гасителя на частоті ω_2 .

Величина параметра R була визначена зазначеним графічно-числовим методом (рис. 2).

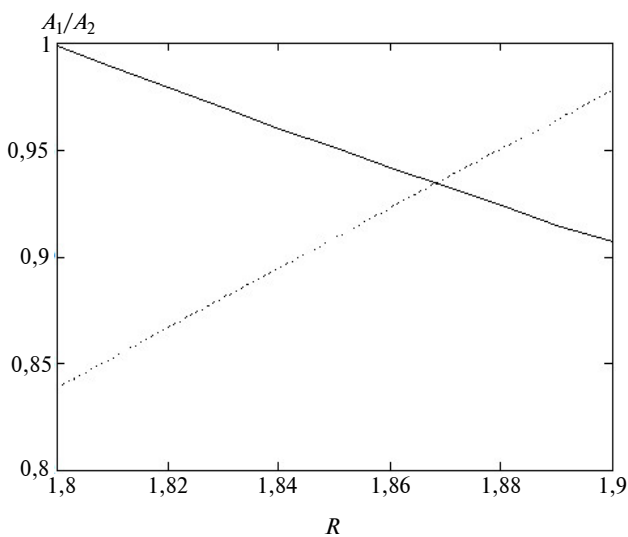


Рис. 2 Графічне визначення оптимальної величини параметра R

Із наведеного графіка на рис. 2 випливає, що шукана оптимальна величина параметра R дорівнює $R_\omega = 1,868 \text{ м}$.

Далі з використанням розробленого графічно-числового методу аналогічно знаходимо оптимальну величину коефіцієнта n_η при визначеному вище параметрі $R_\omega = 1,868 \text{ м}$ (рис. 3). Тут суцільна крива A_1 побудована при фіксованій частоті ω_1 , а штрихова крива A_2 – при

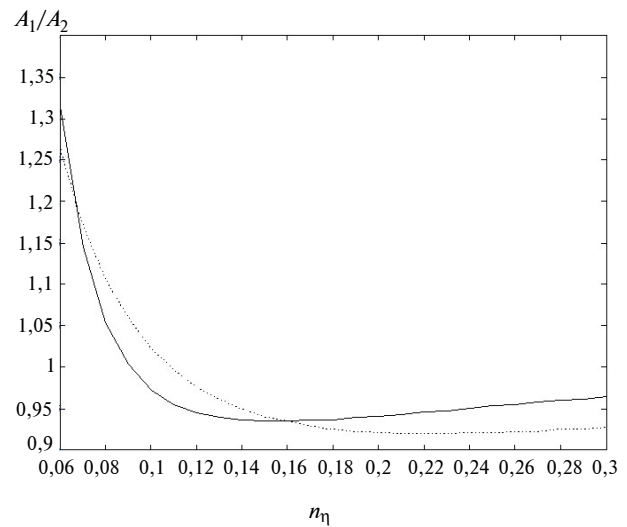


Рис. 3. Графічне визначення оптимальної величини параметра n_η

фіксованій частоті ω_2 . Перетин цих кривих із мінімальною амплітудою досягається саме при $n_\eta = 0,16 \text{ c}^{-1}$.

Із використанням визначених вище параметрів $R_\omega = 1,868 \text{ м}$ і $n_\eta = 0,16 \text{ c}^{-1}$ було побудовано відповідний графік АЧХ системи (рис. 4).

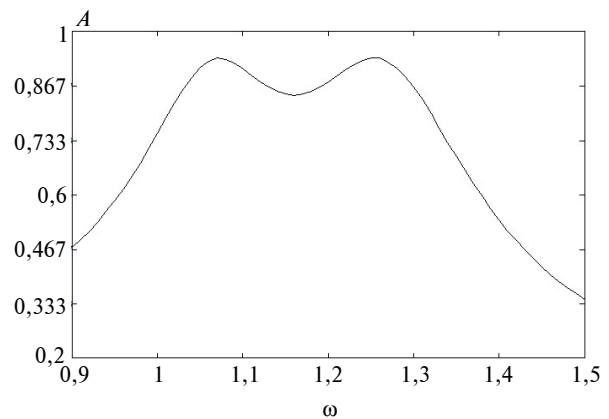


Рис. 4. Графік АЧХ віброзахисної системи, обладнаної роликовим гасителем з оптимальними величинами параметрів R і n_η

Як і очікувалось, він має два рівних максимуми, кожен із яких має величину $A_{\max} = 0,935 \text{ м}$. Саме такий симетричний вигляд АЧХ вказує на те, що параметри настроювання роликового гасителя вибрані належним чином.

Графік на рис. 4 для нелінійної задачі якісно не відрізняється від графіка АЧХ, побудованого для лінійної задачі в [25]. Але він побудований при кількісно іншій величині параме-

тра R_ω : цей параметр для лінійної задачі [25] дорівнював $R_\omega = 1,91$ м, що незначно відрізняється за величиною від параметра R_ω для нелінійної задачі, в якій $R_\omega = 1,868$ м. Проте максимальне значення амплітуди несучого тіла для нелінійної задачі на 10 % менше, ніж у лінійній задачі: для лінійної задачі $A_{\max} = 1,031$ м, а для нелінійної задачі – $A_{\max} = 0,935$ м.

Для порівняння на рис. 5 наведено графік АЧХ, побудований для одномасової механічної системи з тими ж параметрами, що й у досліджуваній віброзахисній системі, але без роликвого гасителя.

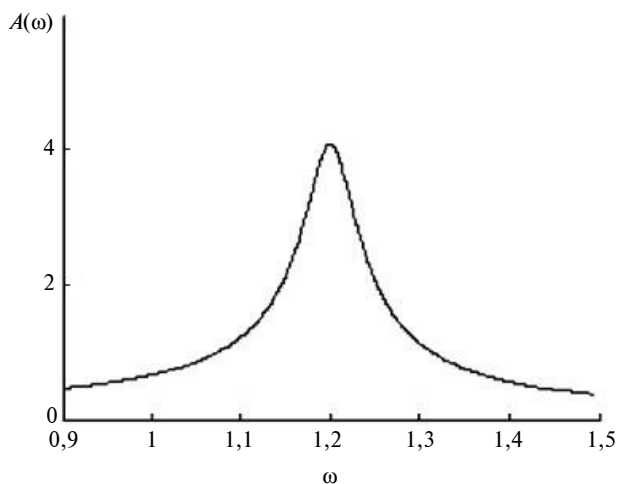


Рис. 5. Графік АЧХ одномасової механічної системи без роликвого гасителя

Порівнюючи максимальні значення амплітуд вимушених коливань несучого тіла на рис. 4 і 5, можна зробити висновок про значну ефективність функціонування запропонованого ізохронного роликвого гасителя. Його використання забезпечує більш ніж чотириразове зменшення амплітуд вимушених коливань несучого тіла.

Висновки

Аналіз ефективності впливу ізохронного роликвого гасителя на рівень амплітуд вимушених коливань несучих тіл базувався на побудові та реалізації коректних математичних методів визначення АЧХ досліджуваної неліній-

ної віброзахисної системи. Для визначення АЧХ системи в першому наближенні було використано процедуру В. Рітца, адаптовану до досліджуваної задачі з наступним осередненням за часом. У результаті було отримано нелінійні алгебричні рівняння АЧХ системи в неявній формі, для розв'язання яких розроблено спеціальний програмний комплекс. З його використанням було встановлено загальний графічний портрет АЧХ системи. Крім того, розроблено графічно-числовий метод визначення оптимальних параметрів настроювання роликвого гасителя, який дав можливість налаштувати гаситель по частоті (параметр R) та по амплітуді (параметр n_η).

Проведений числовий експеримент показав, що власна частота оптимально налаштованого гасителя в нелінійній постановці не збігається із власною частотою оптимально налаштованого гасителя в лінійній постановці. Встановлено, що при оптимальному настроюванні параметрів ізохронного гасителя максимальні значення амплітуд несучого тіла для лінійної і нелінійної задач істотно відрізняються: відхилення становить близько 10 % (менше для нелінійної задачі).

Числові експерименти з нелінійною динамічною моделлю також виявили високу ефективність використання нового ізохронного гасителя: амплітуда вимушених коливань несучого тіла може бути зменшена у чотири рази за рахунок вибору оптимальних параметрів настроювання гасителя.

Головна перевага запропонованого роликвого гасителя полягає в тому, що центр мас його робочого тіла завжди прокреслює циклоїду і частота власних коливань не залежить від відносних відхилень його робочого тіла. Результатом цього є те, що навіть при великих відносних відхиленнях робочого тіла гасителя попередньо налаштовані його параметри залишаються стабільними, а коливання – ізохронними.

Подальші перспективні дослідження в межах цього наукового напрямку будуть стосуватись визначення АЧХ досліджуваної віброзахисної системи у вищих наближеннях (другому, третьому тощо) і впливу ступеня наближення на точність настроювання параметрів гасителя.

Список літератури

1. Кондра М.П., Остроумов Б.В. Опыт применения динамических гасителей колебаний для виброзащиты башен // Докл. на Междунар. симп. "Виброзащита в

строительстве". – Л.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 1984. – 2. – С. 33–34.

2. *Остроумов Б.В.* Исследование, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний: Автореф. докт. техн. наук. – М.: ЗАО “ЦНИИПСК им. Мельникова”, 2003. – 48 с.
3. *Корнеев Б.Г., Резников Л.М.* Динамические гасители колебаний. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
4. *Корнеев Б.Г., Маковичка Д., Ройтштейн М.М.* Виброзащита башенных конструкций с помощью динамических гасителей колебаний // *Staveb. Cas.*, ч. № 9, VEDA, Bratislava. – 1989. – С. 641–651.
5. *Фейгин М.И.* К теории ударного демпфера // *Изв. ВУЗов. Радиофизика.* – 1961. – 4, № 3. – С. 26–33.
6. *Сысоев В.И.* Устройства для гашения колебаний: Справочник проектировщика “Динамический расчет зданий и сооружений”. Раздел 16. – М.: Стройиздат, 1984. – С. 264–271.
7. *D.V. Balandin et al.*, Optimal Protection from Impact, Shock and Vibration. Amsterdam: Gordon and Breach, 2001, 436 p.
8. *O. Fisher*, “Same experience with the use of vibration absorbers on aerial masts,” *ACTA Technica CSAV*, vol. 19, no. 2, pp. 32–38, 1974.
9. *J.C. Snowdon*, Vibration and shock in damped mechanical systems. N.Y.: John Wiley, 1968, 474 p.
10. *E. Simiu and R.H. Scanlan*, Wind effects on structures: Fundamentals and applications to design. 3th ed. N.Y.: John Wiley, 1996, 688 p.
11. *Алексеев А.М., Сборовский А.К.* Судовые виброгасители. – Л.: Судпромгиз, 1965. – 192 с.
12. *Шмырев А.Н., Моренильд В.А., Ильина С.Г.* Успокоители качки судов. – Л.: Судпромгиз, 1961. – 516 с.
13. *Крижов Г.П., Удод Т.Є., Гримуд Г.І.* Ожеледно-вітрові навантаження, галопування проводів повітряних ліній електропередавання та боротьба з ними: довід.-метод. посібник. – К.: Мінпаливенерго України. – 2010. – 454 с.
14. *A.S. Richardson*, “Method and apparatus for relatively large amplitude type vibrations in electric power transmission conductors and other oscillating bodies,” US Patent № 3221093. Int. Cl. H02G 7/14, November 30, 1965.
15. *Патент* на корисну модель № 80556. Котковий гаситель для придушення галопування проводів потужних ліній електропередач / В.П. Лерега, Д.В. Лерега, О.В. Бовкун; Опубл. 10.06.2013 р., Бюл. 11.
16. *Y. Achkire et al.*, “Active damping and flutter control of cable-stayed bridges,” *J. of Wind Eng. and Ind. Aerodynamics*, vol. 74–76, pp. 913–921, 1998.
17. *A. Preumont and Y. Achkire*, “Active damping of structures with guy cables,” *AIAA, J. of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 2, pp. 320–326, 1997.
18. *A. Preumont et al.*, “Active tendon control of large trusses,” *AIAA Journal*, vol. 38, no. 3, pp. 493–498, 2000.
19. *Wang Yuefang and Luo Albert C.J.*, “Dynamics of traveling inextensible cables,” *Commun. Nonlinear Sci. and Numer. Simul.*, no. 5, pp. 531–542, 2004.
20. *Казакевич М.І.* Проблеми стабілізації вант // *Металеві конструкції.* – 2011. – 17, № 2. – С. 63–84.
21. *Лерега В.П.* Віброзахист динамічних систем із котковими гасниками. – К.: Четверта хвиля, 2010. – 280 с.
22. *Патент* України на винахід №99759, МПК F16F7/10, E04B1/98. Ізохронний роликовий гасник вимушених коливань / В.П. Лерега, Д.В. Лерега. – Опубл. 25.09.2012; Бюл. № 18.
23. *V.P. Legeza*, “Dynamics of vibration isolation system with a quasi-isochronous roller shock absorber,” *Int. Appl. Mechanics*, vol. 47, no. 3, pp. 329–337, 2011.
24. *V.P. Legeza and D.V. Legeza*, “Isochronous Vibrations of a Heavy Cylinder in a Cylindrical Recess,” *J. of Automation and Inf. Sci.*, vol. 44, no. 1, pp. 31–39, 2012.
25. *V.P. Legeza*, “Efficiency of a Vibroprotection System with an Isochronous Roller Damper,” *Mechanics of Solids*, vol. 48, no. 2, pp. 168–177, 2013.
26. *K. Klotter*, “Non-linear vibration problem treated by the averaging method of W. Ritz,” *Proc. 1-st U.S. Nation. Congr. Appl. Mech.*, pp. 125–131, 1951.
27. *W. Ritz*, “Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variations – Probleme der mathematischen Physik,” *J. für die reine und angewandte Mathematik (Crelle)*, B. 135, no. 1, pp. 1–61, 1909.
28. *W. Weaver et al.*, Vibration Problems in Engineering, 5th ed. N.Y.: John Wiley, 1990, 624 p.