

УДК 004.8

Н.Р. Кондратенко

ПІДВИЩЕННЯ АДЕКВАТНОСТІ НЕЧІТКИХ МОДЕЛЕЙ ЗА РАХУНОК ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ТИПУ 2

An information approach to fuzzy modeling was considered. The present paper formulates the task of developing a formal approach, which would enable analyzing fuzzy systems in terms of their capability to describe uncertainties of input information using interval membership functions. The discussed approach would allow to introduce the information factor for evaluating the quality of fuzzy models functioning using interval membership functions, and to increase the adequacy of the application area representation by a developed fuzzy model. The proposed information factor is a target function based on type-2 interval membership functions. The introduced target function optimizes the quantity of mutual information that is reflected from the inputs of a fuzzy model to its outputs. A technique for generating fuzzy type-2 models, which are optimal according to the given quality factor, and an algorithm for building an interval fuzzy model from experimental data and implementing the transition from regular to interval membership functions were introduced. An example of the calculations using this technique for computing the entropy estimation on a fuzzy model's output is given.

Keywords: type-2 fuzzy model, interval membership function, information approach, optimization function, entropy, information quality factor.

Вступ

Нечіткі моделі є основою для побудови універсальних апроксиматорів, які в сучасних умовах інтенсивної інформатизації суспільства знаходять своє застосування в найрізноманітніших сферах людської діяльності. Нечіткі моделі використовують для свого функціонування основні поняття теорії нечітких множин, нечіткі правила та логічні висновки [1, 2]. Залежно від ступеня нечіткості нечітких множин, що враховується при побудові нечіткої моделі, розрізняють нечіткі моделі типу 1, загальні моделі типу 2 й інтервальні типу 2. Нечіткі моделі типу 1 будуються на основі нечітких множин з чіткими значеннями ступенів належності, вони знайшли своє застосування у різноманітних областях, але такі нечіткі моделі дають на виході лише чітке (точкове) значення. Інтервальні нечіткі моделі типу 2 будуються на основі нечітких множин з інтервальними значеннями ступенів належності. Ці моделі, на відміну від нечітких моделей типу 1, дають на виході точкові й інтервальні значення; вони доволі ефективно обробляють різні види невизначеностей та потребують значно менше обчислювальних затрат, ніж загальні нечіткі моделі типу 2.

Для розв'язання задач, які слабо формалізуються, важливим етапом нечіткого моделювання є побудова функцій належності вхідних змінних. Найбільш поширеними є два основних підходи до побудови функцій належності: безпосередній, який пов'язаний з опитуванням експерта чи групи експертів, і метод побудови функцій

належності з експериментальних даних [3–5]. Для першої групи методів, пов'язаних з експертами, характерна значна трудомісткість, оскільки вимагає клопіткої роботи з експертом. При роботі з групою експертів може бути ситуація, коли їхні відповіді не є однаково спрямованими, тоді проводяться процедури узгодження думок усіх експертів з подальшим використанням одного з існуючих методів побудови функцій належності. Як правило, внаслідок узгодження думок експертів визнаються межі розкидів значень, які дали експерти, і будується інтервальна функція належності. Інтервальні функції є частковим випадком функцій належності нечітких множин типу 2.

Поширеними [6, 7] є методи нечіткого моделювання, що використовують експериментальні дані, де розробнику системи дана можливість самостійно визначати розбиття вхідних параметрів на терми, вид функцій належності, а також за розробником залишається процедура формування бази правил із експериментальних даних. Розробник кожний вектор експериментальних даних перетворює на правило, в якому центри нечітких множин антецедентів і консеквентів визначаються експериментальними даними. Форма функцій належності визначається розробником, дуже часто це гауссова функція, її зміщення однозначно визначається експериментальними даними, а розтяг вибирається заздалегідь і може залежати від діапазону зміни значень конкретного параметра. При побудові системи за таким методом є можливість змінювати множини вхідних та вихідних пара-

метрів і розмір самої вибірки, тобто заново генерувати систему, оскільки метод працює дуже швидко. На сьогодні розроблено програмні продукти, наприклад Fuzzy Logic Toolbox системи Matlab, які реалізують цей метод і дають можливість побудувати нечітку логічну систему по експериментальній вибірці.

З огляду на подані вище відомості актуальними є питання відображення нечіткими моделями невизначеностей, що існують у предметній області, та дослідження впливу методів побудови функцій належності на результати моделювання. В низці праць [7, 8] наведено аналіз нечітких систем стосовно властивостей якісного відображення предметної області, введено міру невизначеності для обчислювання зони невизначеності інтервальних функцій належності в умовах пропусків даних.

Постановка задачі

З метою покращення можливостей опису різноманітних невизначеностей при розв'язанні складних задач, що слабо формалізуються, використовують підходи, що покликані вдосконалити нечіткі моделі. Для цього пропонується використовувати розширені функції належності (інтервальні функції належності або нечіткі множини типу 2), які були запропоновані Л. Заде [1].

У цьому випадку виходом нечіткої системи буде інтервал значень, або нечітка множина. Побудова такого класу моделей вирізняється обчислювальною складністю реалізації нечіткого логічного висновку та процедури навчання. В наявних практичних реалізаціях цього підходу як кінцеве вихідне значення в переважній більшості використовується середнє арифметичне границь інтервалу, інтервальні функції належності використовуються для опису невизначеності вхідної інформації. Методи навчання такого

типу моделей слабо враховують можливість наявності невизначеностей у вихідній інформації.

Поставимо завдання розробити формальний підхід, який дасть можливість аналізу нечітких систем стосовно здібності якісно описувати невизначеності вхідної інформації за допомогою інтервальних функцій належності. Такий підхід дасть змогу ввести інформаційний критерій якості функціонування нечітких моделей з використанням інтервальних функцій належності та підвищити адекватність подання предметної області розробленою нечіткою моделлю.

Мета роботи – розроблення інформаційного підходу для дослідження можливостей якісного відображення існуючих невизначеностей нечіткими моделями типу 2 з інтервальними функціями належності.

Математична модель та методика досліджень

Для подання інформаційного підходу до нечіткого моделювання подамо математичну модель як інтервальну нечітку модель типу 2 з інтервальними функціями належності, її структуру наведено на рис. 1.

Основні її риси такі: модель відображає чіткі входи $x = (x_1, \dots, x_p)$ в інтервальні та чіткі виходи: $Y = ([y_{1l}, y_{1r}], \dots, [y_{nl}, y_{nr}])$ і $y = (y_1, \dots, y_n)$.

Для опису нечітких термів лінгвістичних змінних використовують інтервальні нечіткі множини типу 2. Тоді математична модель являє собою інтервальну нечітку модель типу 2, що включає базу правил (нечітку базу знань) і такі процедури: приведення до нечіткості, нечіткого логічного виведення, пониження типу та приведення до чіткості (рис. 1).

Для опису інтервальних функцій належності виберемо модифіковану гауссову форму. За-

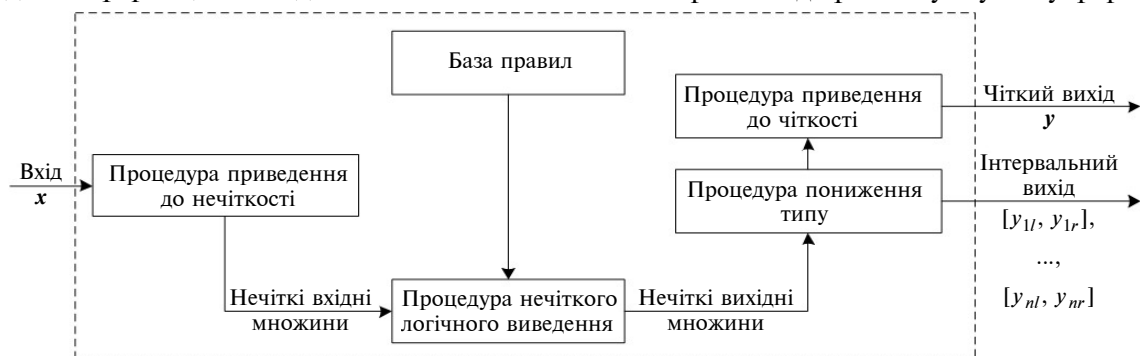


Рис. 1. Структура інтервальної нечіткої моделі типу 2

гальний вигляд інтервальної функції належності такий:

$$\mu(x) = e^{-\left(\frac{x-b}{[\min(c), \max(c)]}\right)^2},$$

де $[\min(c), \max(c)]$ – діапазон зміни параметра з гауссової функції належності; b – зміщення, приклад такої функції наведено на рис. 2.

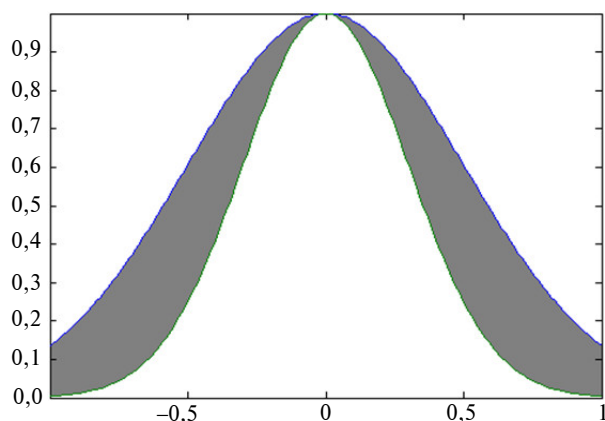


Рис. 2. Інтервальна функція належності: $UMF(\tilde{A})$ – верхня границя, $LMF(\tilde{A})$ – нижня границя; \tilde{A} – нечітка множина

Методику досліджень спрямуємо на використання основ теорії інформації, за допомогою якої введемо функцію оптимізації.

Розглянемо передумови для введення інформаційного підходу та подання функції оптимізації. Відомо, що інтервальну функцію належності типу 2 для вхідного значення x^* подають як функцію належності другого порядку, а саме – функцію $\mu(\mu(x^*))$ [2]. На рис. 3 показано інтервальну функцію належності з поданням на її вхід числовим значенням x^* .

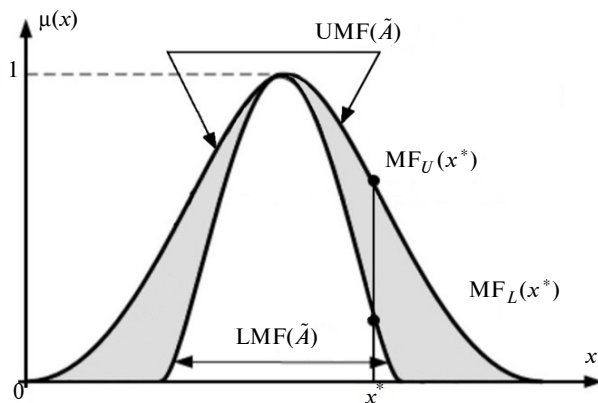


Рис. 3. Інтервальна функція належності з поданням на її вхід x^*

Функція $\mu(\mu(x^*))$ в діапазоні $UMF(\tilde{A})$ – $LMF(\tilde{A})$ може набувати значень, що підпорядковуються певному закону. Для побудови інтервальних нечітких моделей типу 2 використовується відомий підхід [2], коли всі значення цієї функції дорівнюють одиниці, що показано на рис. 4. У більш загальному випадку ці значення можуть змінюватись за певною закономірністю, описати яку можна або нечіткою множиною, або за законом ймовірнісного розподілу чи розподілу можливостей. Для подальших викладок приймаємо гіпотезу про ймовірнісну природу розподілу.

Для визначення функції оптимізації інтервальну нечітку модель типу 2 подамо як нечітку модель типу багато входів–багато виходів (рис. 5). Зауважимо, по-перше, за допомогою бази правил реально описати тільки певну кількість ситуацій, які виникають у цій предметній області, тому завжди існує невизначеність, крім того, вагому частку невизначеності вносять па-

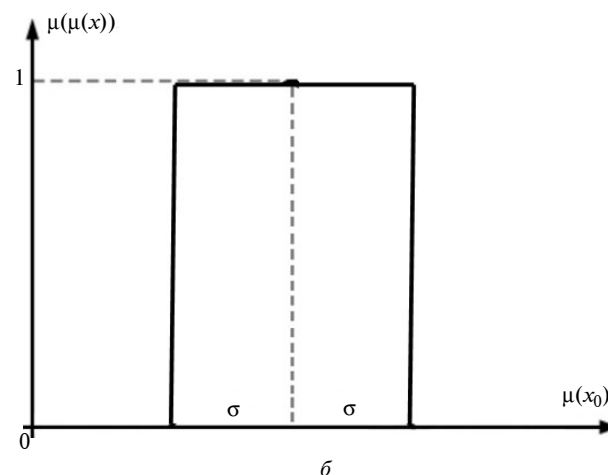
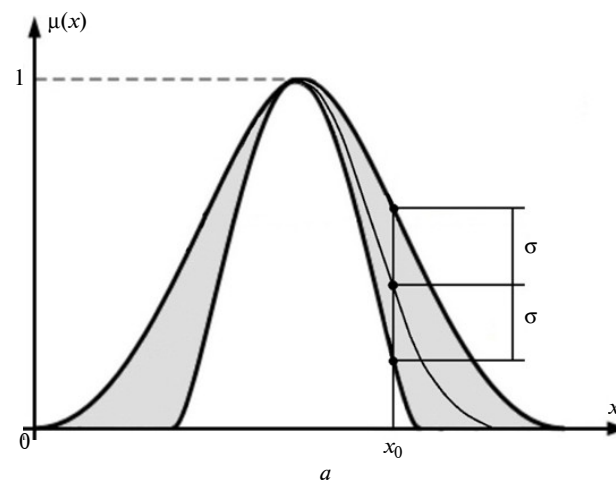


Рис. 4. Функція належності $\mu(\mu(x^*))$

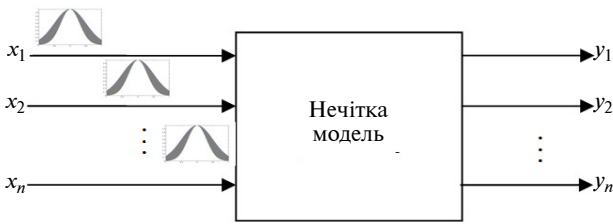


Рис. 5. Нечітка модель типу багато входів–багато виходів

параметри функцій належності й інші параметри нечіткої моделі; по-друге, при поданні дискретної множини вхідних векторів $\{X_i\}$ з навчальної вибірки функції належності типу 2, які мають другий порядок та значення яких розподілені за певним ймовірнісним законом, отримують невизначеність на входах моделі $H(X)$. Після процедур логічного виведення, ця невизначеність, безумовно, буде впливати на виходи моделі Y_i . В подальших викладках будемо використовувати відомі співвідношення теорії інформації, в яких для зручності опустимо індекси, що вказують на входи та виходи моделі. В такому випадку ентропія вихідної величини Y , як відомо, може бути подана як сума кількості інформації про Y , що міститься у вхідній величині X , та середньої умовної ентропії Y відносно X :

$$H(Y) = I(X, Y) + H\left(\frac{Y}{X}\right). \quad (1)$$

Виберемо як функцію оптимізації або цільову функцію, яка змінюється до досягнення максимуму, взаємну інформацію між входами та виходами моделі, тобто $I(X, Y)$. Такий підхід обґрунтуємо використанням принципу максимуму взаємної інформації, або Infotax [9], який широко використовується в статистичній обробці сигналів. Для оптимізації взаємної інформації врахуємо, що ентропія є окремим випадком взаємної інформації, тобто $H(X) = I(X, X)$, а також властивість симетрії $I(Y, X) = I(X, Y)$, тоді співвідношення (1) має вигляд

$$I(X, Y) = H(X) - H\left(\frac{X}{Y}\right). \quad (2)$$

З огляду на вираз (2), задача побудови оптимальної в термінах інформаційного підходу інтервальної нечіткої моделі типу 2 має розв'язуватись як задача подвійної однокритеріальної оптимізації, що формулюється таким

чином: нехай $NM(MP, \sim MP)$ – нечітка модель, яка визначається рядом параметрів, MP – множина параметрів функцій належності, $\sim MP$ – інші параметри, тоді критерій оптимізації має вигляд

$$[\Psi(NM(MP, \sim MP)) \rightarrow \max] \rightarrow \min, \quad (3)$$

де $\Psi(NM(MP, \sim MP))$ – інформаційний критерій якості (оптимізаційна або цільова функція), за яким буде зростати кількість взаємної інформації між входами та виходами моделі за рахунок збільшення ентропії входів $H(X)$. За другою частиною критерію, в умовах збереження адекватності прийняття рішень, що приймаються системою, за рахунок проведення оптимізаційних процедур відбувається зменшення потужності множини параметрів системи. Останнє впливає на зменшення умовної ентропії $H(X/Y)$. Такий підхід означає оптимізацію функції взаємної інформації та відповідає етапам структурної і параметричної ідентифікації.

На основі інформаційного підходу запропонуємо послідовність етапів для побудови нечіткої моделі типу 2, оптимальної за цим критерієм. Ця послідовність буде такою.

Еман 1. За умови адекватного відображення предметної області має виконуватись умова

$$H(X) \rightarrow \max.$$

Реалізація цього етапу при наявності вихідних даних можлива за допомогою таких кроків. Нехай ϵ експериментальна вибірка X :

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\},$$

де $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}, y_i)$, $i = 1, \dots, n$; n – кількість експериментальних прикладів; k – кількість вхідних змінних; y – вихідна величина.

Проводимо генерування звичайної нечіткої моделі на основі експериментальної вибірки X . Для цього використовуємо підхід до побудови нечітких моделей, коли нечітка модель будується на основі експериментальних даних, що визначають центри нечітких множин антецедентів та консеквентів правил. Отримуємо модель, для якої значення всіх вхідних параметрів відомі. Зазначимо, що така модель є надлишковою. Як функцію належності для вхідних змінних вибираємо гауссову функцію належності:

$$\mu(x) = e^{-\left(\frac{x-b}{c}\right)^2}.$$

Будуємо інтервальну нечітку модель з експериментальних даних. Центри інтервальних функцій належності визначаються відповідними експериментальними даними. Для опису інтервальних функцій належності виберемо модифіковану гауссову форму. Загальний вигляд інтервальної функції належності такий:

$$\mu(x) = e^{-\left(\frac{x-b}{[\min(c), \max(c)]}\right)^2},$$

де $[\min(c), \max(c)]$ – діапазон зміни параметра c гауссової функції належності (графік функції наведено на рис. 2).

Для виконання умови збільшення ентропії $H(X)$ при одночасному збереженні адекватності прийняття рішень, що приймаються системою, запропонуємо алгоритм, який об'єднує перший і другий кроки. Алгоритм містить дві основні частини: побудова звичайної нечіткої моделі по зменшеній вибірці, оскільки початкова модель є надлишковою, (побудова нечіткої моделі на основі експериментальних даних) і знаходження діапазонів зміни параметра c функцій належності. Таким чином, алгоритм дає можливість побудувати інтервальні функції належності типу 2 для вхідних змінних та забезпечує максимальне значення $H(X)$ при наявності рівномірного закону розподілу значень функцій належності другого порядку типу 2. Алгоритм було використано в [6] для розв'язання задачі діагностування ендокринних захворювань. Відомо, що в медичній практиці є випадки, коли відсутні чіткі межі ступенів важкості хвороби, тому кінцевий діагноз може визначатися парою сусідніх ступенів важкості, що має суттєве значення для визначення втрати працездатності і життєдіяльності у хворих. У задачах з такою постановкою використання традиційних функцій належності накладає обмеження на можливість опису невизначеностей, тому їх розв'язання доцільно здійснювати на основі інтервальних нечітких моделей типу 2.

Наведемо основні процедури алгоритму.

1. (Зменшення вибірки). Побудова нечіткої моделі на всій вибірці; $k = 1$; $\text{size} =$ розмір вибірки.

2. Якщо $k <> \text{size}$ перейти на п. 3, інакше перейти на п. 4.

3. Виключення правила k з нечіткої моделі; розрахунок відгуку моделі по всій вибірці. Якщо помилка діагностування дорівнює 0, тоді $\text{size} =$

$\text{size} - 1$; перейти на п. 2, інакше додати в модель вилучене правило; $k = k + 1$; перейти на п. 2.

4. (Визначення діапазону зміни параметра c) $k = 1$.

5. (Визначення верхньої межі діапазону). Множимо всі параметри функцій належності на k ; розрахунок відгуку моделі на всій вибірці.

6. Якщо помилка діагностування дорівнює 0, тоді $k = k + 0,001$; перейти на п. 5, інакше $\max_c = c * (k - 0,001)$; $k = 1$; перейти на п. 7.

7. (Визначення нижньої межі діапазону). Множимо всі параметри функцій належності на k ; розрахунок відгуку моделі по всій вибірці.

8. Якщо помилка діагностування дорівнює 0, тоді $k = k - 0,001$; перейти на п. 7, інакше $\min_c = c * (k + 0,001)$.

Перевірка працездатності побудованої моделі діагностування [6] на навчальній вибірці та тестових прикладах виявила, що значення верифікованих діагнозів і діагнози, які поставила модель, збігаються. При наявності незадовільних результатів тестування моделі необхідно перейти до етапу настроювання нечіткої моделі.

Етап 2. Настроювання нечіткої моделі за допомогою генетичного алгоритму чи іншого оптимізаційного алгоритму. Під настроюванням розуміють підбір параметрів функцій належності та вагів правил з метою підвищення адекватності моделі на експериментальних даних.

Унаслідок настроювання параметри функцій належності вхідних змінних та інші параметри системи будуть наближатися до оптимальних значень. Цей крок забезпечує поступове зменшення умовної ентропії на кожній ітерації процесу навчання:

$$H\left(\frac{X}{Y}\right) \rightarrow \min.$$

Етап 3. Дослідження ентропії виходів нечіткої моделі.

Відомо, що в теорії ідентифікації для оцінювання вихідного значення моделі визначено інформаційну міру ідентичності об'єкта і моделі. Ця міра набуває значень взаємної інформації або є відносною мірою ідентичності, тобто $I(X, Y) / H(Y)$.

Значення інформаційної міри ідентичності буде одиницею, коли інформація про вихідну змінну Y повністю визначається вхідною змін-

ною X та середня умовна ентропія $H(Y / X)$ дорівнює нулю.

Для прикладу введемо оцінку ентропії виходів нечіткої моделі в припущенні, що щільність ймовірності $p(\Delta y_i)$ помилки навчання на i -му виході нечіткої моделі має такий вигляд:

$$p(\Delta y_i) = \begin{cases} \frac{1}{b_i - a_i} & \text{для } a_i \leq \Delta y_i \leq b_i, \\ 0 & \text{інакше,} \end{cases}$$

де $[a_i, b_i]$ – інтервал зміни значень помилки Δy_i при навчанні нечіткої моделі. Тоді ентропія вектора виходу НМ Y обчислюється за таким співвідношенням:

$$H(\Delta y) = -\sum_1^n p(\Delta y_i) \ln p(\Delta y_i) \Delta y_i. \quad (5)$$

У результаті навчання діапазон $[a_i, b_i]$ буде змінюватись, що призведе до зменшення $H(\Delta y)$.

Список літератури

1. *L.A. Zadeh*, "Fuzzy sets as a basis for theory of possibility", *Fuzzy sets and systems 100 supplements*, vol. 100, pp. 9–34, 1999.
2. *J.M. Mendel and R.I. John*, "Lui Interval Type-2 fuzzy logic systems: theory and design", *IEEE Transactions on Fuzzy Sys.*, vol. 8, pp. 535–550, 2000.
3. *Зайченко Ю.П.* Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. – К.: ИД "Слово", 2008. – 344 с.
4. *Борисов А.Н.* Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования. – М.: Мир, 1976. – 168 с.
5. *Ротштейн А.П.* Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: УНИВЕРСУМ-Вінниця, 1999. – 320 с.
6. *Кондратенко Н.Р., Зелінська Н.Б., Куземко С.М.* Диагностика гипотиреозу на основе нечіткої логіки з використанням інтервальних функцій належності // *Наук. вісті НТУУ "КПІ"*. – 2003. – № 4. – С. 52–58.
7. *Кондратенко Н.Р., Зелінська Н.Б., Куземко С.М.* Нечіткі логічні системи з врахуванням пропусків в експериментальних даних // *Наук. вісті НТУУ "КПІ"*. – 2004. – № 5. – С. 37–41.
8. *Ягер Р.* Нечеткие множества и теория возможностей. – М.: Радио и связь, 1986. – 392 с.
9. *R. Linsker*, "How to generate ordered maps by maximizing the mutual information between input and output signal", *Neural computation*, vol. 1, pp. 402–411, 1989.

Висновки

Розроблено інформаційний підхід до нечіткого моделювання, на базі якого запропоновано критерій якості, який оптимізує кількість взаємної інформації, що відображається із входів нечіткої моделі на її виходи. Запропоновано інформаційний критерій якості, який дає змогу збільшувати кількість взаємної інформації між входами та виходами моделі та, в умовах збереження адекватності прийняття рішень, досягати зменшення потужності множини параметрів системи. Показано послідовність необхідних кроків для побудови нечіткої моделі типу 2, оптимальної за цим критерієм.

Перспективними напрямками розвитку запропонованого інформаційного підходу до нечіткого моделювання є його використання для дослідження інтервальних нечітких моделей типу 2 з інтервальними функціями належності, що мають другий порядок, і значення яких розподілені за законами розподілу різного виду.

Рекомендована Радою
Навчально-наукового комплексу
"Інститут прикладного системного
аналізу" НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
30 вересня 2014 року