

УДК 533.63, 534.23

Петро В. Лук'янов

## ГЕНЕРАЦІЯ ЗВУКА ВЗАЄМОДІЇ ВИХОРІВ ТЕЙЛОРА І СКУЛЛІ З ЛОПАТТЮ ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

A problem of the blade vortex interaction noise (BVI) generation has been solved for incoming flux and Taylor, Scully vortices. Solution for this problem is a closed system of the aeroacoustical equations, which is based on perfect compressible gas model. A behavior of the generated noise has been studied for the different flow velocities and blade thicknesses. Results of the calculations show existence of the two frank regions of the sound existence on the blade shape. The first of it is more resistant for the parameters changing. The second one is a flow region of the instability. These two regions interaction forms far field acoustical pressure distribution. In particular, it has been found that noise characteristics depend on incoming flow velocity and its maximal level depends on blade's cross section thickness. A sound pressure distribution for Scully vortex is smoother than for Taylor vortex. A frequency distribution of the harmonics level in the noise spectrum has showed low-frequency character of the generated noise. Moreover, at the frequency 700 Hz a local level maximum is seen, which is not present for vortex absence in flow. This fact says about some BVI-energy redistribution in the flux for the higher frequencies generation.

**Keywords:** sound generation, BVI Taylor and Scully vortices interaction.

### Вступ

На сьогодні проблема зменшення шуму взаємодії лопаті та вихору (BVI-шуму) є актуальною при моделюванні безшумних роторів гелікоптера. Існують важливі параметри, від яких залежить картина формування звукового поля [1–3] під час генерації BVI-шуму. Отже, основним аспектом, що потребує всебічного вивчення, є взаємний вплив параметрів течії та форми лопаті на зародження, превалювання того чи іншого шуму аеродинамічного походження над іншими типами шумів.

Шум взаємодії лопаті–вихор є істотно вираженим за відносно невеликих швидкостей ( $M = 0,1-0,2$ ) потоку, що набігає на лопаті. Це тому, що індуктивна течія в таких випадках встигає сформуватись під дією вихору та спричинити вплив на процес генерації BVI-шуму.

Незважаючи на те що сьогодні вже існує низка підходів до вивчення BVI-шуму [1–4], процес удосконалення математичних моделей все ще триває. Причина полягає у достатній різноманітності як задач, що потребують вивчення, так і методів їх розв'язання.

Дійсно, в тих випадках, коли задача ставиться у спрощеному формулюванні (наприклад, течія вважається лише потенціальною [3, 4]), для її розв'язання придатні спрощені математичні моделі. Якщо розглядається задача, більш наближена до реальності [1, 2, 5], наприклад припускається безпосереднє існування вихорів у течії, застосовувати спрощені моделі вже не можна. Виникає необхідність у створенні нових моделей і пошуку методів їх розв'язання.

Так, у праці [1] для вивчення шуму лопаті гелікоптера в трансзвуковому режимі течії запропоновано підхід, що ґрунтується на моделі проникної поверхні, яка використовується для розв'язання рівняння Фокса Уільямса–Хоукінгса (FW–H). Ідея його полягає в тому, що поблизу поверхні лопаті розглядається контрольна розрахункова поверхня, яка охоплює основні джерела шуму – монопольний і дипольний. При цьому підході нехтуються квадрупольні джерела звуку, що дає змогу зменшити обчислювальні затрати.

У праці [2] запропоновано експериментальне і числове дослідження головної (head-on) взаємодії з передньою кромкою лопаті ротора. Зокрема, відзначено рух більш високого амплітудного піку тиску в бік низького піку. Це ще раз підтверджує те, що фізична картина взаємодії лопаті й вихору відрізняється від картини звичайного обтікання потоком лопаті.

Однак перелічені задачі розв'язані з використанням дещо спрощених моделей відокремлення звуку від потоку, що його генерує. В цій роботі ми пропонуємо модель виділення акустичної складової із спільної течії, яку можна розглянути як подальший крок у розвитку процесів моделювання генерації BVI-шуму. Формулюється наскрізна задача знаходження характеристик звукового поля.

### Постановка задачі

Метою роботи є розв'язання задач генерації шуму взаємодії вихорів Тейлора, Скуллі з лопаттю, що плавно змінюється за товщиною.

При цьому необхідно виконати перевірку запропонованої моделі через порівняння отриманих розрахункових даних з існуючими розрахунковими й експериментальними даними.

**Аеродинамічна постановка задачі**

Розглянемо лопать ротора гелікоптера прямокутної форми. В декартовій прямокутній системі координат  $d$  (рис. 1) поперечний переріз лопаті має параболічну форму з товщиною, що плавно змінюється вздовж за розмахом лопаті. На лопать набігає потік зі швидкістю  $U$ . У початковий момент часу на відстані  $r_c$  від поверхні лопаті розміщений ізольований вихор Тейлора (1) або вихор Скуллі (2).

Розподіл швидкості у вихорах Тейлора:

$$v_\theta = v_{\theta \max} \frac{r}{r_c} \cdot e^{(1 - (r/r_c)^2)}, \tag{1}$$

Скуллі:

$$v_\theta = 1,2 \cdot U \cdot \frac{\bar{r}_c}{1 + \bar{r}_c^2}, \bar{r}_c = \frac{r}{r_c}. \tag{2}$$

Індекс  $\theta$  позначає дотичну складову швидкості. Припустимо, що взаємодії потоку з вихором до моменту часу  $t = 0$  не відбувалося. При цьому вважаємо, що торці лопаті ( $z = 0; 1, 0$ ) плавно обтікаються потоком. За великих швидкостей течії пограничний шар навколо лопаті достатньо тонкий, тому ефектами в'язкості можна знехтувати.

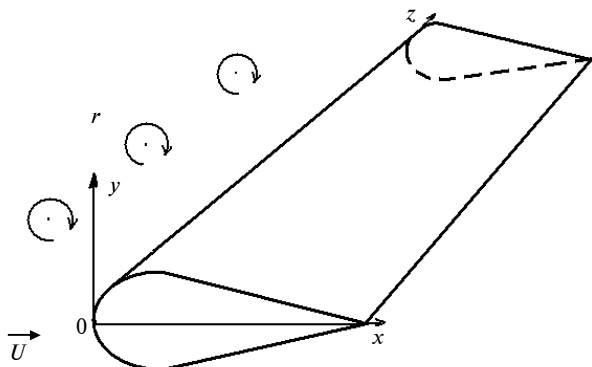


Рис. 1. Взаємодія лопаті й вихорів

Отже, для визначення характеристик течії використаємо систему рівнянь Ейлера нерозривності для стисливої рідини. В безрозмірних

координатах, у випадку відсутності масових сил, ця система має такий вигляд:

$$\frac{\partial u'}{\partial \tau} + u' \frac{\partial u'}{\partial \xi} + \lambda c v' \frac{\partial u'}{\partial \eta} + \frac{c}{AR} w' \frac{\partial u'}{\partial \zeta} = - \frac{1}{M^2 \rho'} \frac{\partial \rho'}{\partial \xi}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial \tau} + u' \frac{\partial v'}{\partial \xi} + \lambda c v' \frac{\partial v'}{\partial \eta} + \frac{1}{AR} w' \frac{\partial v'}{\partial \zeta} = - \frac{\lambda c}{M^2 \rho'} \frac{\partial \rho'}{\partial \eta}, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w'}{\partial \tau} + u' \frac{\partial w'}{\partial \xi} + \lambda c v' \frac{\partial w'}{\partial \eta} + \frac{1}{AR} w' \frac{\partial w'}{\partial \zeta} = \\ = - \frac{1}{M^2 AR \rho'} \frac{\partial \rho'}{\partial \zeta}, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho' u')}{\partial \xi} + \lambda c \frac{\partial(\rho' v')}{\partial \eta} + \frac{1}{AR} \frac{\partial(\rho' w')}{\partial \zeta} = 0, \tag{6}$$

де  $\xi = x/c, \eta = y\lambda, \zeta = z/R, \tau = kt, u' = u/U_\infty, v' = v/U_\infty, w' = w/U_\infty; p = p' \rho' U_\infty^2, \rho = \rho_\infty \rho', a, c, \lambda, R$  – довжина хорди лопаті, товщинний параметр, радіус лопаті відповідно;  $AR = R/c$  – (“aspect ratio”) – відношення розмірів розмаху лопаті та довжини хорди поперечного перерізу,  $M$  – число Маха. Лопать вважається жорсткою, що не деформується, а на її поверхні задається гранична умова непроникності:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{n}} |_\Gamma = \bar{0}. \tag{7}$$

**Акустична постановка задачі**

Перед тим як виконати розрахунок характеристик звуку, що генерується лопаттю, необхідно знайти параметри основної течії, тобто швидкість і тиск. Вони визначаються з розв'язку системи рівнянь (3)–(6), (7). Після цього можна сформулювати акустичну частину задачі.

Система рівнянь, що описує генерацію звуку нестационарною течією стисливої рідини навколо лопаті ротора, має такий вигляд [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \tau^2} - \frac{1}{M_\infty^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \xi^2} - a^2 \left( \lambda^2 c^2 \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \eta^2} + \frac{1}{AR^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \zeta^2} \right) + \\ + R \left( \bar{\rho}', \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \xi}, \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \zeta}, \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \eta \partial \xi}, \dots, \frac{\partial^2 \bar{p}'}{\partial \zeta^2} \right) = \end{aligned}$$

$$= \gamma \left( \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \xi}, \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta}, \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta \partial \xi}, \dots, \frac{\partial^3 \bar{\varphi}}{\partial \zeta^3} \right); \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \bar{\rho} \left( \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \xi^2} + c^2 \lambda^2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{AR^2} \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \zeta^2} \right) + c \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \xi} + \\ & + c^2 \lambda^2 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \eta} + \frac{1}{AR^2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \zeta} \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta} = - \left[ c \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \tau} + \right. \\ & + \bar{\rho}' \left( c \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} + \lambda c^2 \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \frac{c^2}{R} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \zeta} \right) + c \bar{u} \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \xi} + \\ & \left. + \lambda c^2 \bar{v} \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \eta} + \frac{c^2}{R} \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \zeta} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

де  $\bar{\varphi}, \bar{\rho}'$  – безрозмірний звуковий потенціал і щільність відповідно.

$$\text{Вираз } R \left( \bar{\rho}', \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \xi}, \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \zeta}, \frac{\partial^2 \bar{\rho}'}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^2 \bar{\rho}'}{\partial \eta \partial \xi}, \dots, \frac{\partial^3 \bar{\rho}'}{\partial \zeta^3} \right)$$

містить у собі решту доданків, що залежать від  $\bar{\rho}'$  та її похідних. Права частина рівняння (8) містить лише ті доданки, які залежать від похідних безрозмірного звукового потенціалу:

$$\gamma = \gamma \left( \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \xi}, \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \eta}, \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta}, \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \xi^2}, \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta \partial \xi}, \dots, \frac{\partial^3 \bar{\varphi}}{\partial \zeta^3} \right). \text{ Таким чином,}$$

справа в рівнянні (8) залишимо ті доданки, які безпосередньо генерують звук (джерело звуку), а зліва – оператор, що описує процес виникнення та розповсюдження звуку.

Припустимо, що до взаємодії потоку, лопаті та вихору ( $t = 0$ ) малі збурення відсутні в течії, що є джерелом звуку. В процесі BVI-взаємодії малі збурення швидкості задовольняють граничну умову (7) разом зі швидкістю основної течії.

### Метод розв'язання задачі

Для розв'язання як задачі аеродинаміки, так і задачі аероакустики використовувався числово-аналітичний метод [6, 7]. Як приклад його реалізації застосовувалась 15-точкова схема. Під час розрахунку зручно виявилася нерівномірною сітка: кількість точок розбиття за координатою вздовж розмаху лопаті вдвічі менша кількості точок розбиття вздовж хорди, де найбільш виражений розвиток нестационарного процесу генерації звуку. При цьому найбільша кількість точок по розрахунковій координаті не перебільшувала 80. Необхідність в обмеженні

кількості розбиття розрахункової сітки виникає з причини того, що схема числово-аналітичного методу жорстка. Але за рахунок того, що схема багатокрокова, з її допомогою вдається вести стійкий розрахунок.

Після розв'язання задачі аеродинаміки дані поля швидкості та густини було використано для розв'язання акустичної частини задачі.

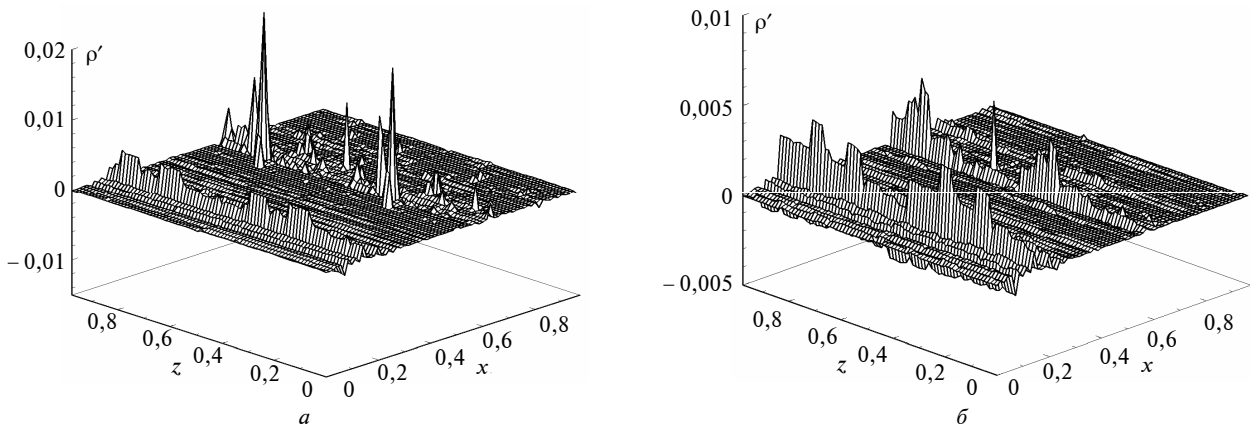
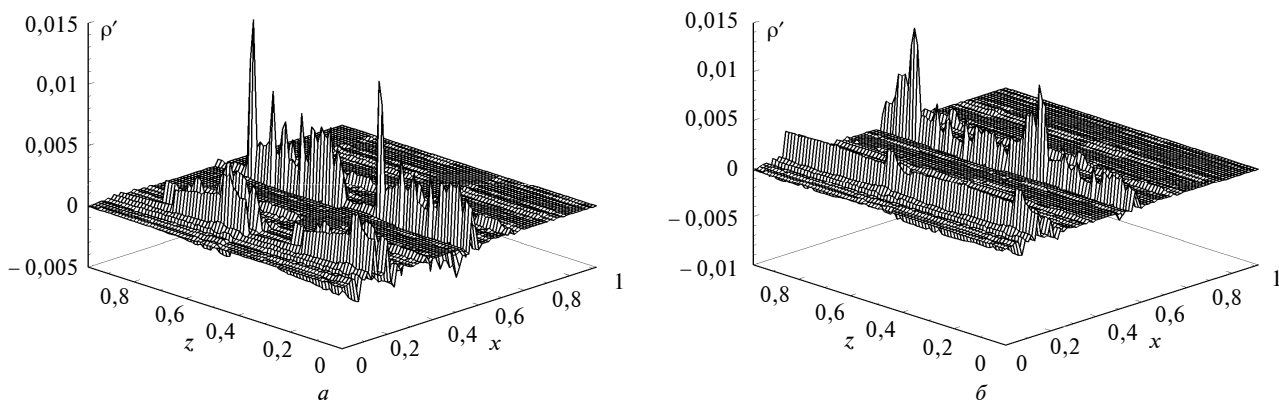
### Аналіз розрахункових даних

Як розрахункову розглянуто параболічну лопать, товщина якої варіює у межах  $\delta = 0,1-0,08$ ,  $\delta = 0,08-0,06$ . Число Маха потоку, що набігає на лопать, дорівнювало  $M = 0,2-0,4$ . Співвідношення розмірів лопаті вибрано рівними  $R/c = 10$ ,  $c = 0,3$  м. За вказаних геометричних і кінематичних параметрів задачу розв'язано для вихорів Тейлора та Скуллі з розподілами швидкостей (1) і (2). При цьому центри вихорів розміщені на безрозмірних відстанях  $r_c = 1,0; 3,0$ .

Обсяг отриманих розрахунків виходить за рамки цієї роботи, тому нижче наводяться лише типові випадки та їх порівняльний аналіз зі схожими розрахунковими ситуаціями.

Характерною особливістю (рис. 2, вихор Тейлора) є наявність в усіх розрахункових ситуаціях двох чітко виражених зон генерації звуку. Вони з'являються з просуванням уздовж хорди поперечного перерізу лопаті або, що одне й те ж, у напрямку потоку, що обтікає лопать. Перша серія піків, зона генерації звуку, розподілена плавно вздовж за розмахом лопаті. Вона відображає безпосередню взаємодію передньої кромки лопаті і потоку, що набігає на лопать. Для формування цієї серії визначальною є товщина лопаті. Що стосується другої половини серії піків, то вона є результатом нестійкої поведінки течії в області середини хорди лопаті. За цією точкою в низці випадків починається формування вихорів на поверхні лопаті. В задачі, що розглядається, в полі течії наявний вихор Тейлора (або Скуллі), який робить течію ще більш нестійкою. Це тому, що периферія ядра вихору сама по собі нестійка (це відомий факт).

З цієї ж причини на рис. 2, а спостерігаються локальні зони з різко вираженою нестійкістю течії. У випадку  $M = 0,2$ ;  $\delta = 0,08-0,06$ ,  $r_c = 1,0$  для вихору Тейлора та Скуллі перша серія піків практично однакова, оскільки їх наявність у течії ще не встигла проявитись.

Рис. 2. Розподіл пульсацій густини  $\rho'$ :  $a - \delta = 0,08-0,06$ ;  $b - \delta = 0,1-0,08$ Рис. 3. Розподіл пульсацій густини  $\rho'$ :  $a - r_c = 1,0$ ;  $b - r_c = 3,0$ 

Друга серія піків у деяких розрахункових ситуаціях дещо схожа на першу, однак має свої характерні особливості, що полягають у різних рівнях вторинних піків, розміщених поряд із двома різко вираженими сплесками. Для відстаней  $r_c = 3,0$  ця відмінність також характерна: один із піків  $\rho'$  стає меншим за рівнем, однак сусідні вторинні піки дещо зростають. Це ще раз підтверджує раніше помічений факт (у спрощеній постановці): енергія потоку порізному трансформується в шум, що генерується взаємодією лопаті і потоку залежно від того чи іншого режиму течії.

Для лопаті з поперечним перерізом  $\delta = 0,1-0,08$  (рис. 2, б) характер піків другої серії відрізняється від аналогічних піків лопаті  $\delta = 0,08-0,06$ . Тут спостерігається перерозподіл амплітуд піків  $\rho'$ : помітно лише один локально виражений сплеск у центрі лопаті, а решта піків не дуже виділяються.

У випадку  $M = 0,4$  (рис. 3, вихор Тейлора) картина генерації звуку схожа з випадком

$M = 0,2$ . Однак для  $r_c = 1,0$  (рис. 3, а) перша серія піків не така плавна, як у випадку  $M = 0,2$ . Друга серія піків має ряд локальних сплесків, що свідчить про сильно виражений характер нестійкості течії. Для  $r_c = 3,0$  (рис. 3, б) ці сплески зменшуються при одночасному вирівнюванні сплесків першої серії піків. Для цих параметрів задачі, у випадку вихору Скуллі, картина відносно обох серій піків така: обидві серії піків більш плавні, ніж у випадку наявності у течії вихору Тейлора. Це пояснюється тим, що вихор Тейлора компактний, а вихор Скуллі – ні, тобто його енергія не компактно зосереджена у просторі.

#### Дальнє поле

Найбільш важливою характеристикою дальнього поля є рівень шуму, що генерується. Розрахунок його виконаємо за формулою

$$-M_1^2 \int_S \left[ \frac{F}{R} \right]_{t^*} dS_x + \int_S \left[ \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial n} + \frac{1}{Ra_\infty} \frac{\partial R}{\partial n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \right.$$

$$-\varphi \left. \frac{\partial(1/R)}{\partial n} \right]_{t^*} dS = 4\pi\varphi(x, t_1), \quad (10)$$

де

$$F = \rho [(\nabla\varphi \cdot \nabla)\bar{v} + (\bar{v} \cdot \nabla) \cdot \nabla\varphi] + \rho'(\bar{v} \cdot \nabla)\bar{v} + \bar{v} \cdot \text{div}(\rho\nabla\varphi + \rho'\bar{v}) + \nabla\varphi \text{div}(\rho\bar{v}).$$

У виразі (10) використано розрахункові дані ближнього поля, а також враховано поведінку окремих доданків дальнього поля. З аналізу попереднього розділу очевидно, що картина розподілу тиску по поверхні лопаті також буде різнитись у різних розрахункових ситуаціях, оскільки безпосередньо залежить від  $\rho'$  та її похідних.

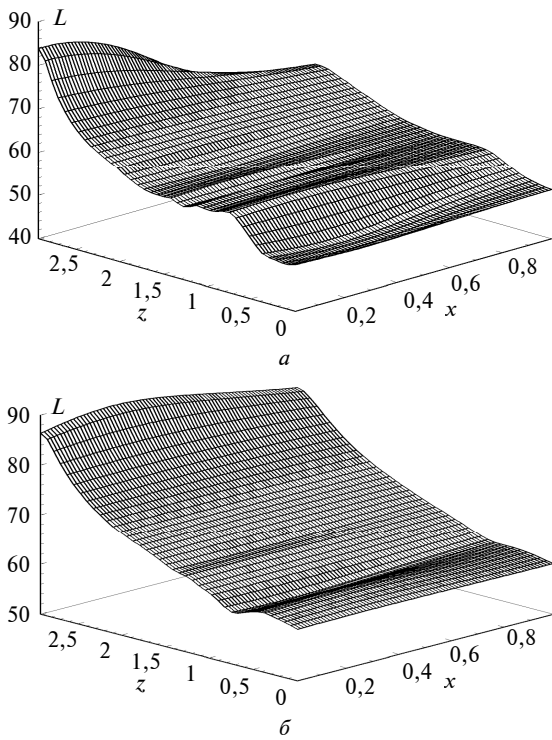


Рис. 4. Рівень тиску,  $M = 0,2$ : а –  $\delta = 0,08-0,06$ ; б –  $\delta = 0,1-0,08$

На рис. 4, 5 показано рівні нормованого (до  $2 \cdot 10^{-5}$  Па) тиску, що відповідають розглянутим вище випадкам розрахунку ближнього поля. У випадку  $M = 0,2$ ;  $\delta = 0,08-0,06$ ,  $r_c = 1,0$  (рис. 4, а) найбільше значення досягається на кінці передньої частини лопаті, яка безпосередньо взаємодіє з потоком, що набігає на лопать. Це характерно як для вихору Тейлора, так і для вихору Скуллі. Відмінність лише

в тому, що для вихору Тейлора значення  $L$  на 2 Дб вище, ніж для вихору Скуллі. При збільшенні відстані між вихором і лопаттю  $r_c = 3,0$  загальна картина залишається такою ж, але рівень  $L$  знижується на 1-2 Дб.

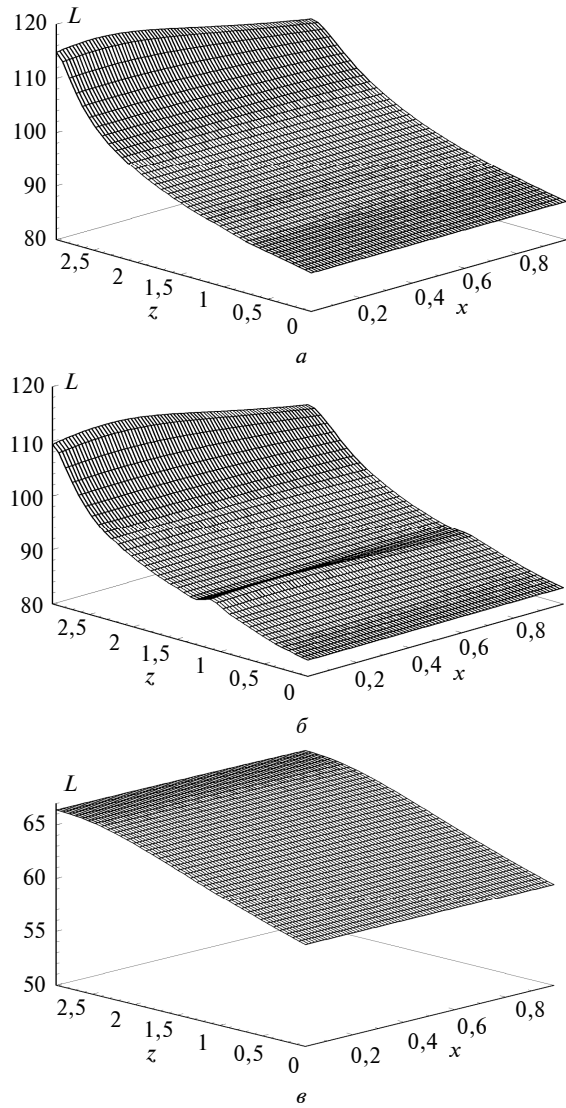


Рис. 5. Рівень тиску,  $M = 0,4$ : а –  $\delta = 0,08-0,06$ ; б –  $\delta = 0,1-0,08$ ; в –  $\delta = 0,1-0,08$ ,  $y = 1,5$  м

Для більш товщої лопаті  $\delta = 0,1-0,08$  (рис. 4, б) змінилася не тільки картина ближнього поля, про що говорилося вище, але також і характер розподілу рівня тиску  $L$ . По-перше, максимальний рівень тиску наближається до 90 Дб, а положення максимуму змістилося ближче до середини хорди лопаті ( $\xi = 0,5$ ). При цьому поверхня  $L$  стала крутішою, ніж у випадку  $\delta = 0,08-0,06$ .

У випадку  $M = 0,4$ ;  $\delta = 0,1-0,08$ ,  $r_c = 1,0$  (рис. 5) максимальний рівень шуму зріс до 115 Дб, а мінімальний – до 90 Дб. Характер зміни форми поверхні залишився таким же. На відстані  $r_c = 3,0$  рівень  $L$  знизився до 110 Дб, але форма поверхні залишилася практично такою ж, як і у випадку  $r_c = 1,0$ . Однак ми бачимо появу додаткового згину її на відстані  $z = 1$  м уздовж за розмахом лопаті. Але з віддаленням від лопаті (рис. 5, в,  $y = 1,5$  м), що відповідає відстані  $y = 5$  с, розподіл тиску набуває вигляду плоскої хвилі.

Таким чином, аналіз показав, що характер поведінки  $L$  залежить від кінематики течії, а максимальне значення його – від товщини поперечного перерізу лопаті.

Частотний спектр шуму, що генерується (рис. 6, 7), вказує на низькочастотне переважання. При цьому його обвідна більш викривлена для випадку  $M = 0,2$ ;  $\delta = 0,08-0,06$ . Зі збільшенням  $M = 0,4$  і  $\delta = 0,1-0,08$  обвідна у спектрі стає більш плавною (рис. 7). Це пояснюється поведінкою поверхні рівня  $L$ : у випадках, коли поверхня  $L$  достатньо гладка, обвідна в спектрі плавніша і навпаки.

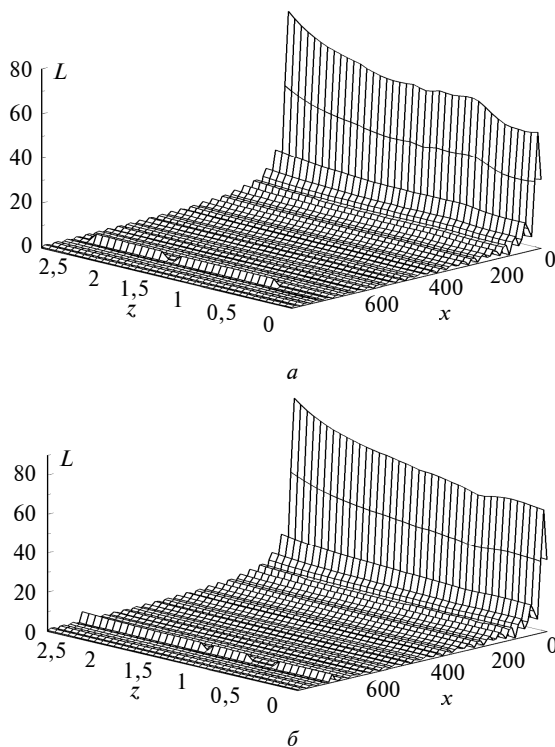


Рис. 6. Частотний спектр шуму, що генерується,  $M = 0,2$ :  
а –  $\delta = 0,08-0,06$ ; б –  $\delta = 0,1-0,08$

Привертає увагу поява локально вираженого сплеску  $L$  на частоті близько 700 Гц. Ця гармоніка більшою мірою виражена у випадку  $M = 0,2$ . Для  $M = 0,4$  її поява спостерігається лише на певній відстані від лопаті ( $y = 1,5$  м). Рівень перших низькочастотних гармонік збігається з експериментальними даними [8, 9].

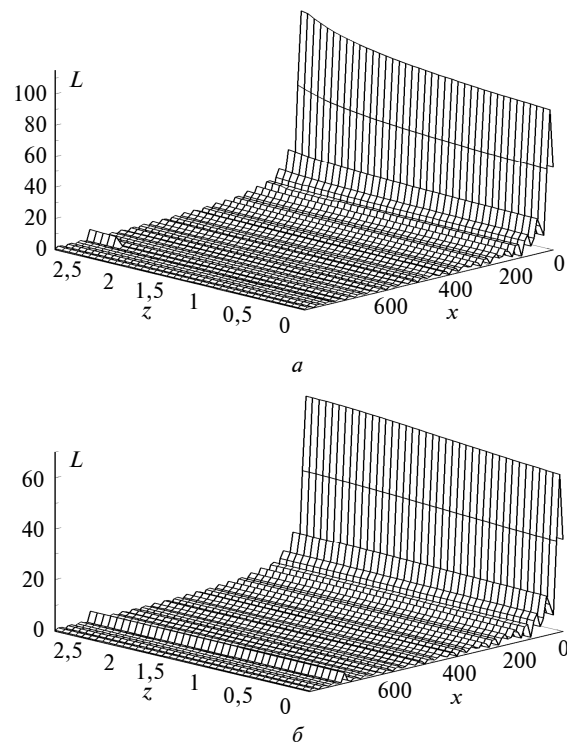


Рис. 7. Частотний спектр шуму, що генерується,  $M = 0,4$ :  
а –  $\delta = 0,08-0,06$ ; б –  $\delta = 0,1-0,08$

## Висновки

Аналіз розрахунків встановив дві чітко виражені області генерації звуку. Одну з них виявлено при розв'язанні задачі в потенціальній постановці. Друга область, яка розміщена в центрі лопаті і є чітко вираженою областю нестійкості течії, виникає за рахунок безпосередньої взаємодії лопаті з вихорами (BVI-взаємодії). Взаємний обмін енергією між цими областями є основним фактором у формуванні картини розподілу тиску в дальньому полі.

Для вихору Скуллі розподіл звукового тиску вздовж лопаті більш плавний, ніж для вихору Тейлора. Як наслідок, загальний рівень тиску для вихорів Тейлора на 2 Дб вищий, ніж для вихорів Скуллі. Частотний розподіл шуму, що генерується, для обох вихорів (Тейлора і Скул-

лі) виявив низькочастотний характер, а його амплітудні значення близькі до відомих експериментальних значень.

#### Список літератури

1. *A.S. Morgans et al.*, “Transonic Helicopter Noise”, AIAA J., vol. 43, no. 7, pp. 1512–1524, 2005.
2. *S. Lee and D. Bershader*, “Head-on Parallel Blade-Vortex Interaction”, *Ibid*, vol. 32, pp. 16–32, 1994.
3. *A.S. Lyrintzis and A.R. George*, “Far Field Noise of Transonic Blade-Vortex Interactions”, *Am. Helicopter Soc. J.*, vol. 34, no. 3, pp. 30–39, 1989.
4. *Лукьянов Пётр В.* Шум удаленного взаимодействия вихря-лопасти вертолета // Сб. трудов симпозиума “Консонанс-2013”, 2–3 октября 2013, Киев. – К., 2013. – С. 175–180.
5. *Лукьянов Пётр В.* Шум близкого взаимодействия вихря-лопасти вертолета // Там же. – С. 181–187.
6. *Лукьянов П.В.* Об одном численно-аналитическом подходе к решению задачи генерации звука тонким крылом. Часть I. Общая схема применения для плоской стационарной задачи // Акустичний вісник. – 2011. – № 3(14). – С. 46–52.
7. *Лукьянов П.В.* Об одном численно-аналитическом подходе к решению задачи генерации звука тонким крылом. Часть II. Схема применения для нестационарных задач // Акустичний вісник. – 2012. – № 3(15). – С. 45–52.
8. *R.D. Janaki et al.*, “Blade-Vortex Interaction Noise Characteristics of a Full-Scale Active Flap Rotor”, presented at American Helicopter Society 65th Annual Forum, Grapevine, Texas, May 27–29, 2009.
9. *Авиационная акустика* / Под. ред. А.Г. Мунина. – М.: Машиностроение, 1986. – 244 с.

Рекомендована Радою  
факультету електроніки  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
27 січня 2014 року