

УДК 615-65

С.В. Брановицька, С.Г. Бондаренко, А.Г. Данилкович, О.В. Сангінова, В.О. Червінський

**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ДУБЛЕННЯ  
ЗА МОДИФІКОВАНИМ МЕТОДОМ ХУКА–ДЖИВСА**

The task of multi-objective constrained optimization of chrome tanning of semi-finished leather applying the Hooke–Jeeves method is solved. The optimality criterion is formulated in the form of a generalized additive objective function. Local criteria for the objective function are normalized and nondimensionalized. The weighting parameters are obtained on the basis of professional assessments. The algorithm of the modified Hooke–Jeeves method is the basis for the software module, which is implemented using object-oriented programming language Visual Basic for Application. The possibility to work with explicit and implicit constraints in the software module is provided. The developed software module is used to find the optimal values of the generalized objective function. For a low-waste technology of chrome tanning of semi-finished leather with dry chrome tanning agent its mathematical description is obtained and its constraints on the technological parameters of the process are determined. The optimization problem of the dry chrome tanning of semi-finished leather process is solved and the optimal values of the parameters of the tanning process are determined.

**Keywords:** optimum task, objective function, algorithm, semi-finished leather, tanning.

**Вступ**

Використання методів багатокритеріальної оптимізації при вирішенні завдань хімічної технології дає змогу з багатьох допустимих рішень вибрати найкращі [1]. Проте математичне формулювання таких завдань і питання їх коректності зазвичай вимагають спеціального розгляду. Труднощі пов'язані насамперед із отриманням опису процесу і складністю граничних умов. Як правило, технологічні процеси характеризуються великим числом фізико-хімічних, теплофізичних і конструктивних параметрів, що істотно ускладнює задачу.

Величезний досвід розв'язання оптимізаційних задач дає змогу отримувати розв'язки як для конкретних застосувань [2], так і в узагальненому вигляді [2, 3]. Проте низка технологічних завдань вимагає спеціального опрацювання. У дійсній роботі розглянуто процес дублення шкіряного напівфабрикату, який характеризується використанням великої витрати води, хімічних реагентів, попаданням їх у стічні води і значною тривалістю процесу [4, 5]. У разі хромового дублення в реакції беруть участь іонізовані карбоксильні групи бічних радикалів колагенових макромолекул і гідроксосульфатохромові комплекси дубителя [4, 6]. Суть процесу дублення шкіряного напівфабрикату полягає в дифузії дубильних комплексів у структуру напівфабрикату до активних центрів колагенових макромолекул із подальшою взаємодією з ними. Процес післядубильного отримання шкіри з необхідними фізико-механічними і санітарно-гігієнічними властивостями з напівфабрика-

ту складається зі стадій наповнення, жирування, фарбування, виділення вологи і покривного фарбування.

Ефективніше можна проводити технологію обробки як за рахунок її удосконалення із застосуванням модифікованих дубителів, так і за рахунок оптимізації параметрів дублення. Оптимізація процесу дублення шкіряного напівфабрикату дасть можливість скоротити тривалість одного з основних процесів перетворення шкур тварин на шкіру, об'єм відпрацьованих технологічних розчинів і концентрацію в них невідпрацьованих хімічних реагентів, заощадити витрату дефіцитного дубителя і підвищити якість шкіряного матеріалу.

Вибір методу оптимізації, способу формування критерію оптимальності має істотний вплив на якість отримуваних рішень. Аналіз публікацій, що стосуються розробки ресурсозбережних і екологічно ефективних технологій у галузі обробки шкур великої рогатої худоби, показав, що пошук оптимальних рішень базується переважно на експериментально-статистичному підході, а формування узагальненого критерію оптимізації виконується з використанням функції бажаності Харрінгтона [7–9]. Методи планування експерименту дають змогу отримати математичний опис процесу. Критерій оптимізації формується з використанням функції бажаності, й для пошуку екстремуму зазвичай використовується метод сканування [4, 5].

Такий підхід до розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації супроводжується складністю формалізації критерію і вимагає значного обсягу обчислень. При цьому вибір напрямку

дослідження, в тому числі руху до оптимуму, безпосередньо залежить від досвідченості дослідника. У працях [1, 10] показано, що в низці випадків неправильний вибір напрямку руху дослідником не приводить до оптимуму.

Хороші результати при розв'язанні задач оптимізації дає використання методу Хука–Дживса [3]. Класичний метод не дає змоги враховувати обмеження на параметри як лінійні, так і нелінійні. Важливою перевагою є і добра програмованість методу.

### Постановка задачі

У роботі розв'язується задача багатокритеріальної умовної оптимізації хромового дублення шкіряного напівфабрикату, отриманого зі шкур великої рогатої худоби, яка враховує технологічні обмеження на параметри з використанням модифікованого методу Хука–Дживса.

### Результати досліджень

Важливим моментом при розв'язанні задач багатокритеріальної оптимізації є правильне формування критерію оптимальності. У загальному вигляді задача багатокритеріальної оптимізації формулюється таким чином. Якість об'єкта оптимізації оцінюється вектор-функцією

$$f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})), \quad (1)$$

компоненти якої  $f_i(\mathbf{x})$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) – задані функції вектора  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . На змінні  $x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ), як правило, накладаються лінійні чи нелінійні обмеження. Вектор  $\mathbf{x}$ , таким чином, належить множині  $X$  його можливих значень. Потрібно знайти таку точку  $\mathbf{x}^* \in X$ , яка забезпечить оптимальне значення функцій  $f_1(\mathbf{x})$ ,  $f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})$ . Критерії  $f_i(\mathbf{x})$  ( $i = \overline{1, k}$ ) зазвичай мають різну фізичну природу і, відповідно, різну розмірність. Тому в багатоцільовій оптимізації використовують нормування локальних критеріїв, за допомогою якого замість “натурального” критерію розглядається його відношення до деякої нормуючої величини, яка вимірюється в тих же одиницях, що й сам критерій [2, 12]. В результаті такої операції всі критерії  $f_i(\mathbf{x})$  ( $i = \overline{1, k}$ ) будуть безрозмірними величинами. У дійсній роботі безрозмірні критерії  $f_i(\mathbf{x})$  визначалися за формулою

$$f_i^*(\mathbf{x}) = \frac{f_i(\mathbf{x})}{f_{i \max}(\mathbf{x}) - f_{i \min}(\mathbf{x})}, \quad (2)$$

де  $f_i(\mathbf{x})$  – “натуральне” значення  $i$ -го критерію.

Для вирішення завдання багатокритеріальної оптимізації процесу дублення шкіряного напівфабрикату в наведеній постановці був використаний такий спосіб побудови узагальненого критерію оптимальності:

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i(\mathbf{x}), \quad (3)$$

де  $\alpha_i$  – вагові коефіцієнти,  $\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1$ ; як правило,  $\alpha_i$  визначається на основі експертних оцінок [3, 4].

Метод Хука–Дживса [3], що використаний для розв'язання задачі багатокритеріальної умовної оптимізації (1)–(3), було модифіковано з метою врахування обмежень, що накладаються на технологічний процес. Алгоритм модифікованого методу наведено нижче. Вибір методу для розв'язання задачі оптимізації зумовлений його простотою, надійністю роботи і зручністю для програмування. Він добре зарекомендував себе для вирішення різних завдань нелінійного програмування. Метод на кожному кроці використовує інформацію про значення цільової функції та функції обмежень завдання.

Постановка задачі оптимізації: нехай потрібно мінімізувати функцію

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

де  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  визначається явними обмеженнями

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

а також неявними обмеженнями

$$q_i(\mathbf{x}) = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (5)$$

Процедура оптимізації за методом Хука–Дживса складається з досліджуючого пошуку навколо базової точки з метою визначення характеру локальної поведінки цільової функції та напрямку максимізації чи мінімізації, а також із прискорюючого пошуку за зразком. Відповідно до модифікованого методу Хука–Дживса запропоновано алгоритм, який наведено на рис. 1.

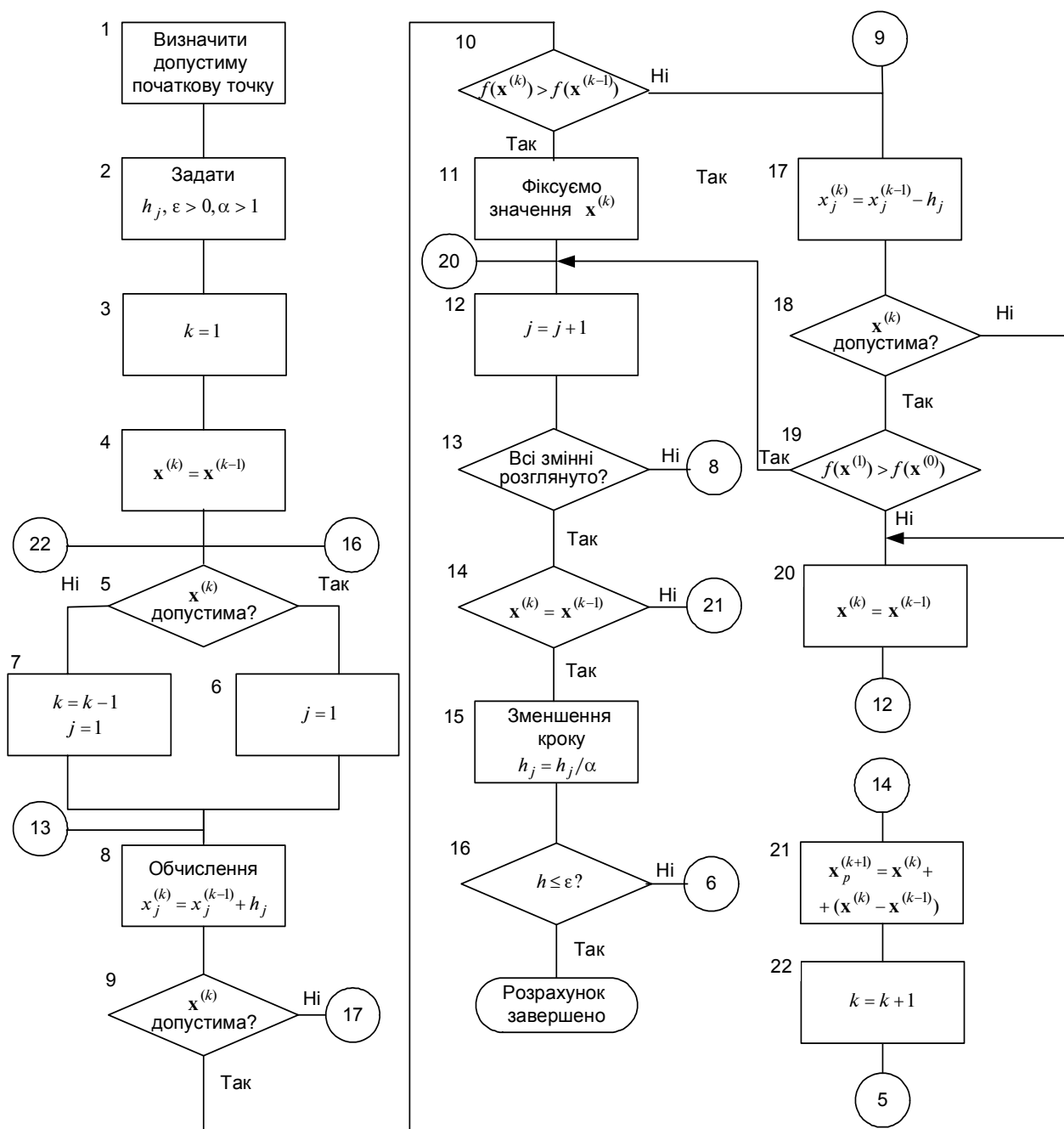


Рис. 1. Алгоритм модифікованого методу Хука–Дживса

Перший крок передбачає відшукування початкової допустимої точки. Допустимою є точка, що задовольняє умови (4) і (5).

Початкову допустиму точку  $\mathbf{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$  можна задати, якщо це можливо, або скористатися формулою

$$x_j = l_j + r_j(u_j - l_j), \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

де  $r_j$  – випадкові числа, рівномірно розподілені на інтервалі (0; 1).

Отримана таким чином точка перевіряється на допустимість обчисленням функцій  $q_i(\mathbf{x})$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), що входять у обмеження (5). Процес продовжується доти, доки не буде знайдена точка, що задовольняє всі обмеження задачі. Також на цьому етапі задають крок  $h_j$

( $j = 1, 2, \dots, n$ ) для кожної змінної, коефіцієнт зменшення кроку  $\alpha > 1$ , параметр завершення пошуку  $\varepsilon < 0$  та встановлюють номер кроку оптимізації:  $k = 1$ .

На другому кроці проводять досліджувачий пошук навколо базової точки:

– координатам точки  $\mathbf{x}^{(1)}$  присвоюють значення координат базової точки  $x_j^{(1)} = x_j^{(0)}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ );

– обчислюють значення цільової функції в точці  $\mathbf{x}^{(1)}$  та перевіряють, чи є точка допустимою. Якщо точка недопустима, крок зменшують у  $\alpha$  разів;

– у циклічному порядку змінюють значення всіх змінних, починаючи з першої, причому кожен раз змінюється тільки одна змінна; значення  $j$  координати збільшується на крок  $h_j$ , так, що  $x_j^{(k)} = x_j^{(k-1)} + h_j$ . Якщо значення функції в отриманій точці буде більшим, ніж у точці  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , то нова точка покладається за точку  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  і значення  $f(\mathbf{x})$ , яке було в точці  $\mathbf{x}^{(k)}$ , замінюється новим для наступних порівнянь. Якщо нова точка не є допустимою або якщо значення функції зменшилось порівняно з точкою  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ , то  $j$  координата зменшується на крок  $h_j$ , знову порівнюється значення в двох точках і краща точка покладається за точку  $\mathbf{x}^{(k-1)}$ . Якщо значення функції не покращується ні при  $x_j^{(k)} = x_j^{(k-1)} + h_j$ , ні при  $x_j^{(k)} = x_j^{(k-1)} - h_j$ , то  $\mathbf{x}^{(k)}$  залишається без змін;

– після того як значення змінних зміняться для всіх  $j = 1, 2, \dots, n$ , досліджувачий пошук закінчується.

Якщо нова точка  $\mathbf{x}^{(k)}$  і точка  $\mathbf{x}^{(k-1)}$  не збігаються, то відбувається пошук за зразком; в іншому випадку крок зменшують у  $\alpha$  разів і, якщо крок більший деякого заданого значення  $\varepsilon$ , то повторюється досліджувачий пошук; в іншому випадку процес оптимізації припиняється.

На третьому кроці пошук за зразком відбувається на основі інформації, отриманої в процесі досліджувачого пошуку. Оскільки переміщення в напрямку  $\mathbf{x}^{(k-1)} - \mathbf{x}^{(k)}$  привело до збільшення цільової функції, то наступна базова точка обчислюється за формулою

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + (\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}).$$

Якщо  $f(\mathbf{x}^{(k+1)}) > f(\mathbf{x}^{(k)})$ , то точку  $\mathbf{x}^{(k+1)}$  покладають за нову базову точку, інакше  $\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)}$ . Далі крок оптимізації збільшують на одиницю:  $k = k + 1$ , і обчислення повторюють з другого кроку.

Описаний алгоритм був покладений в основу програмного модуля, який реалізований за допомогою об'єктно-орієнтованої мови програмування Visual Basic for Application. Розроблений програмний модуль використаний для пошуку оптимальних значень узагальненої цільової функції.

Завдання визначення оптимального складу трикомпонентної суміші, використовуваної при дубленні шкіряного напівфабрикату, розглядалося як завдання нелінійного програмування. Головне вікно програми, зображене на рис. 2, передбачає візуалізацію як початкових даних, так і результатів розрахунку. При розробленні програмного модуля передбачена можливість роботи з явними і неявними обмеженнями.

Основні вихідні змінні, які характеризують як досліджуваний процес, так і виробничу якість готової продукції і впливають на її собівартість, у цьому дослідженні є параметрами оптимізації.

Розглянута маловідходна технологія дублення шкіряного напівфабрикату великої рогатої худоби [11] передбачає використання сухого хромового дубителя (СХД) ТУ 2141-033-541386-2003. За вихідні змінні досліджуваного процесу з технологічних і екологічних міркувань вважають такі: поглинання СХД напівфабрикатом у процесі дублення  $y_1$ , %  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  початкової кількості; температура гідротермічної стійкості  $y_2$ , °C; об'ємний вихід  $y_3$ ,  $\text{см}^3/100$  г білкової речовини; зменшення площі напівфабрикату відносно площі зеленого напівфабрикату –  $y_4$ , %. Відповідно, чинниками, що істотно впливають на процес хромового дублення є: витрата СХД  $x_1$ , %  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  маси зеленого напівфабрикату, основність\* СХД  $x_2$ , % і витрата електролітостійкої жирувальної емульсії  $x_3$ , % маси зеленого напівфабрикату.

Математичний опис процесу дублення, отриманий на основі композиційного ротатбельного плану Бокса–Хантера другого поряд-

\* Показує співвідношення зв'язаних з іонами хрому (III) гідроксильних груп до ступеня його окиснення (визначає ступінь зв'язування дубителя).

Оптимізація за методом Хука-Дживса

Z= 56,2838-3,1159\*a+0,8726\*b+0,9223\*c+0,1073\*a\*b+0,0935\*a\*c+0,1688\*b\*c+2,2686\*a\*a-0,5536\*b\*b-0,7554\*c\*c

Введіть цільову функцію для знаходження максимуму використовуючи змінні a,b,c замість x1 x2 x3

Обмеження явні

0,009 <= a <= 0,015 98 <

0,26 <= b <= 0,42 103 <

0,002 <= c <= 0,008 228 <

Обмеження не явні

98,401-6,5544\*a+1,4099\*b+2,0795\*c+0,0875\*a\*b-0,1375\*a\*c-0,2125\*b\*c-4,2053\*a\*a-1,536\*b\*b-1,8896\*c\*c >99

106,29+7,5453\*a-0,3428\*b+1,5909\*c+0,625\*a\*b+0,375\*a\*c+0,375\*b\*c-4,0428\*a\*a-1,9115\*b\*b-1,02776\*c\*c >107

235,87+22,569\*a+2,0602\*b+10,917\*c+3,125\*a\*b-0,875\*a\*c+0,125\*b\*c-12,349\*a\*a-7,3989\*b\*b-6,8686\*c\*c >240

4,0952-1,6122\*a+0,73789\*b-1,2608\*c+0,1\*a\*b+0,05\*a\*c+0,225\*b\*c+2,1789\*a\*a+1,7723\*b\*b+1,4011\*c\*c >5

Y1= 98,66609 3,7 <

Y2= 105,9856

Y3= 235,9101

Y4= 4,585624

Розрахувати Вихід

Максимум функції при значенні змінних

56,50911 x1= 0,009 x2= 0,3683116 x3= 6,64844E-03

Рис. 2. Головне вікно програмного модуля

ку з 6 нульовими точками в центрі плану, представлено чотирма регресійними рівняннями [11]:

$$y_1 = 98,40 - 6,56x_1 + 1,41x_2 + 2,08x_3 + 0,09x_1x_2 - 0,138x_1x_3 - 0,21x_2x_3 - 4,22x_1^2 - 1,54x_2^2 - 1,89x_3^2;$$

$$y_2 = 106,26 + 7,55x_1 - 0,34x_2 + 1,59x_3 + 0,62x_1x_2 + 0,38x_1x_3 + 0,38x_2x_3 - 4,03x_1^2 - 1,91x_2^2 - 1,03x_3^2;$$

$$y_3 = 235,87 + 22,57x_1 - 2,06x_2 + 10,92x_3 + 3,12x_1x_2 - 0,88x_1x_3 + 0,12x_2x_3 - 12,35x_1^2 - 7,40x_2^2 - 6,87x_3^2;$$

$$y_4 = -4,095 + 1,61x_1 - 0,74x_2 + 1,26x_3 - 0,1x_1x_2 - 0,05x_1x_3 - 0,25x_2x_3 - 2,18x_1^2 - 1,77x_2^2 - 1,40x_3^2.$$

Обмеження вибрані відповідно до технологічних міркувань [4]:

$$\begin{aligned} 0,9 < x_1 < 1,5; & \quad 98 < y_1 < 99; \\ 26 < x_2 < 42; & \quad 103 < y_2 < 107; \\ 0,2 < x_3 < 0,8; & \quad 228 < y_3 < 240; \\ & \quad 3,7 < y_4 < 5,0. \end{aligned}$$

Виходячи з технологічних і економічних вимог процесу, вихідні величини  $y_1, y_2, y_3$  максимізували, а величину  $y_4$  мінімізували. Узагальнена цільова функція отримана за формулою (3). Вагові коефіцієнти функції  $\alpha_i$  відповідно до експертних оцінок варіювалися на 12 рівнях, наведених у табл. 1. Вид цільової функції для першого випадку ( $\alpha_1 = 0,4$ ;  $\alpha_2 = 0,1$ ;  $\alpha_3 = 0,15$ ;  $\alpha_4 = 0,35$ ):

$$f(x) = 46,07 - 2,59x_1 + 0,80x_2 + 0,67x_3 + 0,12x_1x_2 - 0,04x_1x_3 - 0,013x_2x_3 - 1,35x_1^2 - 0,28x_2^2 - 0,49x_3^2.$$

Узагальнена цільова функція максимізувалася. Відповідно, отримано оптимальні значення факторів і вихідних змінних, що задовольняють задані умови. Результати розрахунків подані в табл. 2. Значення узагальноної цільової функції наведені в останній колонці.

Таким чином, у результаті проведених розрахунків знайдено оптимальні значення параметрів процесу хромового дублення шкіряного напівфабрикату і відповідних значень цільової функції. Як видно з наведеної табл. 2, максимальні значення цільової функції 65,33 і 64,47 отримані відповідно у 4 і 8 рядках. Ці значення відповідають певним ваговим коефіцієнтам цільової функції (див. табл. 1). Можна припустити, що при таких вагових коефіцієнтах у цільовій функції вибраний критерій оптимальності щонайкраще описує поставлену задачу. При

Таблиця 1. Вагові коефіцієнти цільової функції

Вагові коефіцієнти	Рівні вагових коефіцієнтів												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$\alpha_1$	0,4	0,45	0,5	0,6	0,4	0,5	0,55	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	
$\alpha_2$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,05	0,1	0,15	0,2
$\alpha_3$	0,15	0,15	0,15	0,15	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,15	0,1	0,05	
$\alpha_4$	0,35	0,3	0,25	0,15	0,4	0,3	0,25	0,2	0,25	0,25	0,25	0,25	

Таблиця 2. Розрахункові значення узагальненої цільової функції

Рівні коефіцієнтів	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$f(x)$
1	0,9	36,8312	0,6648	98,6661	105,9856	235,9101	4,5856	46,3058
2	0,9	37,8243	0,5149	98,6657	105,9655	235,8597	4,6079	51,0667
3	0,9	41,9436	0,5535	98,6741	105,8895	235,7068	4,6961	55,8410
4	0,9	38,4220	0,3670	98,6642	105,9522	235,8224	4,6221	65,3349
5	0,9	38,6043	0,6276	98,6698	105,9534	235,8442	4,6229	45,5111
6	0,9	39,3337	0,2484	98,6638	105,9335	235,7760	4,6428	55,8268
7	0,9	42,0000	0,5766	98,6746	105,8888	235,7070	4,6971	59,7931
8	0,9	42,0000	0,7009	98,6771	105,891	235,7205	4,6979	64,4728
9	0,9	42,0000	0,5015	98,6731	105,8875	235,6989	4,6980	55,4959
10	0,9	42,0000	0,6887	98,6768	105,8908	235,7192	4,6958	55,8426
11	0,9	41,9436	0,5535	98,6741	105,8895	235,7068	4,6961	56,5304
12	0,9	42,0000	0,3464	98,6720	105,9164	235,7628	4,66512	56,5245

цьому найкращими значеннями параметрів процесу є:  $x_1 = 0,9$ ;  $x_2 = 38,42$ ;  $x_3 = 0,37$ ;  $y_1 = 98,664$ ;  $y_2 = 105,95$ ;  $y_3 = 235,82$ ;  $y_4 = 4,62$ .

Як видно, пошук екстремуму функції задовольняє умови (5) і (6), тобто запропонована модифікація методу Хука–Дживса може бути використана для розв'язання задач умовної оптимізації.

## Висновки

Модифіковано метод Хука–Дживса для розв'язання задач багатокритеріальної умовної оптимізації.

Критерій оптимальності для процесу хромового дублення шкіряного напівфабрикату поданий у вигляді узагальненої цільової функції, для якої виконаний багатоваріантний роз-

рахунок за різних рівнів вагових коефіцієнтів, що надані експертами.

Розв'язано задачу багатокритеріальної умовної оптимізації хромового дублення шкіряного напівфабрикату великої рогатої худоби із застосуванням модифікованого методу Хука–Дживса і встановлено значення параметрів процесу, що забезпечують максимальний вихід напівфабрикату.

Запропонований модифікований метод може бути використаний для оптимізації аналогічних технологічних процесів.

Розроблений програмний модуль дає можливість істотно скоротити час обчислення окремого варіанту і може застосовуватись для розрахунків оптимальних параметрів аналогічних технологічних процесів.

1. *Использование метода Бокса в задачах многокритериальной оптимизации* / А.Г. Данилкович, С.В. Брановицкая, С.Г. Бондаренко, О.В. Сангинова // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 3-4. – С. 4–8.
2. *Островский Г.М., Бережинский Т.А.* Оптимизация химико-технологических процессов. Теория и практика. – М.: Химия, 1984. – 240 с.
3. *Банди Б.* Методы оптимизации. Вводный курс / Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 129 с.

4. *Інноваційні технології виробництва шкіряних і хутрових матеріалів та виробів: Монографія / А.Г. Данилкович, І.М. Грищенко, В.І. Ліщук та ін.; за ред. А.Г. Данилковича. – К.: Фенікс, 2012. – 344 с.*
5. *Екологічно орієнтовані технології виробництва шкіряних та хутрових матеріалів для створення конкурентоспроможних товарів. У 2 ч.: Монографія / А.Г. Данилкович, В.І. Ліщук, В.П. Плаван та ін.; за ред. А.Г. Данилковича. – К.: Фенікс, 2011. – Ч. I. – 437 с.*
6. *Данилкович А. Г. Особливості взаємодії гідроксосульфатохромових комплексів з колагеном // Вісник КДУТД. – 2001. – № 1. – С. 151–153.*
7. *Данилкович А.Г., Омельченко Н.В., Шахновский А.М. Оптимизация композиции для гидрофобизации эластичных материалов // Вісник ХНУ. – 2012. – № 1. – С. 74–78.*
8. *Ліщук В.І., Войцеховська Т.Г., Данилкович А.Г. Використання багатокритеріальної оптимізації для пошуку компромісної області процесу зоління // Легка промисловість. – 2007. – № 1. – С. 37–39.*
9. *Данилкович А.Г., Браїлко А.С., Омельченко Н.В. Підвищення якості вторинного покриття шляхом оптимізації покривної композиції // Вісник ХНУ. – 2010. – № 3. – С. 129–134.*
10. *Данилкович А.Г. Основы научных исследований в высшем учебном заведении [на укр. языке]. – К.: КНУТД, 2010. – 294 с.*
11. *Данилкович А.Г., Петрань А.Г. Розробка технології сухого дублення недвоєної голини та її багатокритеріальна оптимізація // Вісник Держ. акад. легкої пром-ті України. –1999. – № 2. – С. 170–173.*
12. *Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.*

Рекомендована Радою  
хіміко-технологічного факультету  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
30 вересня 2013 року