

## ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 535.42

В.Г. Колобродов, Є.О. Кучугура, І.О. Кучугура

### ПРОЕКТУВАННЯ БАГАТОПОРЯДКОВИХ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

**Background.** Multiorder diffractive lenses differ from conventional diffractive lenses by operating simultaneously in several diffractive orders, which is achieved by increasing of the lens thickness. This is improved the manufacturability of lens.

**Objective.** The purpose of this paper is to develop a method of designing of multiorder diffractive lenses that provides the given optical performance of the lens.

**Methods.** The theoretical research of the lens properties is carried out. The dependence of the energy distribution in diffractive orders on the thickness coefficient  $\mu$  is found. It is proposed a method for calculating multiorder diffractive lenses according to which the lens simulation is performed.

**Results.** It is determined that calculating the optimal coefficient thickness can send the required amount of energy to neighboring diffractive orders. It was shown the example of the energy distribution by 40.5 % on each point. It was presented calculating method of the number of phase jumps  $m$ , which determines the thickness of the lens.

**Conclusions.** The paper describes a method of designing of multiorder diffractive lenses by which multifocality can be achieved; in particular it was shown the example of bifocal lens calculation. Bifocal lens designed by the proposed method provides sharp vision of objects located at a distance of 33 cm and infinity. It can be used as an intraocular lens in the optical system of the eye model "cornea + lens".

**Keywords:** multiorder diffractive lens; intraocular lens; coefficient of thickness; diffractive order.

#### Вступ

Дифракційні лінзи (ДЛ) є універсальними елементами, які широко використовуються в сучасних оптичних системах. ДЛ мають як унікальні абераційні та фокусуєчі властивості, так і масо-габаритні характеристики. Проте одним із основних недоліків ДЛ є значна дисперсія. Це пояснюється тим, що традиційно ДЛ проектується для роботи в першому порядку дифракції і оптична сила лінзи прямо пропорційна відношенню розрахункової та робочої довжини світла. Дослідниками було запропоновано багатопорядкові дифракційні лінзи (БПДЛ), які теоретично вирішили цю проблему. БПДЛ успішно використовуються в сучасних оптичних системах [1, 2]. Вони працюють одночасно в декількох порядках дифракції, завдяки чому здатні фокусувати хвилі різної довжини в одну точку із високою дифракційною ефективністю (ДЕ), що дає змогу формувати високоякісне поліхроматичне зображення. Дифракційні лінзи активно використовують в офтальмології як інтраокулярні лінзи. Але БПДЛ у цій сфері використовують дуже рідко [3].

#### Постановка задачі

Метою роботи є розробка методу проектування біфокальної багатопорядкової дифракційної лінзи, яка забезпечує задані оптичні характеристики лінзи.

#### Теорія багатопорядкових дифракційних лінз

Багатопорядкова дифракційна лінза складається із концентричних зон Френеля. Радіуси зон визначають із розв'язку рівняння  $\varphi(r_j) = 2\pi mj$ , в якому  $\varphi(r_j)$  – фазова функція ДЛ, де  $j$  – номер зони. Ширина кожної зони проектується з умови забезпечення зміни фази хвильового фронту на межі кожної зони на  $2\pi i$ , де  $i = 1, \dots, m$ . Фактично БПДЛ відрізняється від звичайної ДЛ товщиною. Число стрибків фази  $m$  є параметром, яким може керувати розробник для отримання необхідних характеристик оптичних систем (рис. 1).

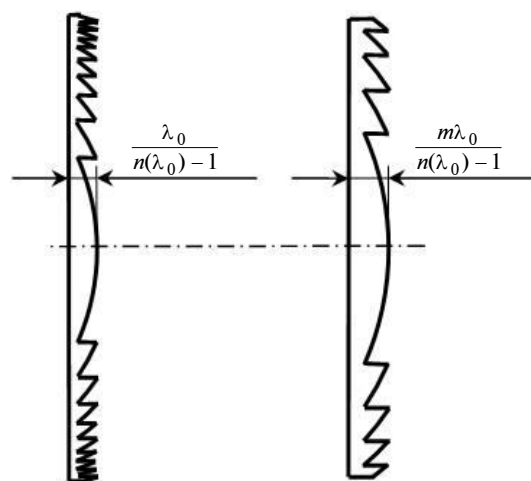


Рис. 1. Звичайна ДЛ і БПДЛ

У параксіальній області розміщення зон у площині лінзи розраховується за формулою

$$r_j^2 = 2jm\lambda_0 f_0, \quad (1)$$

де  $f_0$  – фокусна відстань для розрахункової довжини хвилі  $\lambda_0$ .

Фазова функція ДЛ описується рівнянням  $\varphi(r) = 2\pi\alpha m \left( j - \frac{r^2}{2p\lambda_0 f_0} \right)$ ,  $r_j \leq r \leq r_{j+1}$ , де  $\alpha$  – параметр, який визначається як частка фазової затримки  $2\pi$  для довжин хвиль, відмінних від розрахункової  $\lambda \neq \lambda_0$ , задається виразом [4]

$\alpha = \frac{\lambda_0 [n(\lambda) - 1]}{\lambda [n(\lambda_0) - 1]}$ , де  $n(\lambda)$  – показник заломлення лінзи.

Максимальна висота профілю поверхні лінзи визначається за формулою

$$h_{\max}(r) = \frac{m\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1}. \quad (2)$$

Функція пропускання лінзи описує лінзу Френеля з нескінченним числом сегментів зі сталим значенням  $m$ . Вона періодична з періодом  $T = 1$  і може бути апроксимована рядом Фур'є [5]:

$$t(r) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} \exp[-i\pi(\alpha\mu m - N)] \times \times \text{sinc}(\alpha\mu m - N) \exp\left(-\frac{i\pi N r^2}{m\lambda_0 f_0}\right), \quad (3)$$

де  $N$  – робочий порядок дифракції,  $\mu$  – коефіцієнт товщини мікрорельєфу, що розраховується за формулою  $\mu = \frac{t'}{t}$ , де  $t$  і  $t'$  – розрахункова і реальна товщини профілю відповідно.

Фокусна відстань залежить від властивостей матеріалу, з якого виготовляють лінзу. БПДЛ має нескінченну кількість фокусних відстаней  $f_N$ , які розраховуються за формулою

$$f_N = \frac{mf_0\lambda_0}{N\lambda}. \quad (4)$$

Із рівняння (4) слідує, що фокусна відстань пропорційна  $m$  і обернено пропорційна до довжини падаючої хвилі та дифракційного порядку  $N$ . Коли відношення  $\frac{m\lambda_0}{N\lambda}$  дорів-

нює 1, то світло відразу декількох довжин хвиль із заданого діапазону може приходити в спільну точку.

Дифракційна ефективність БПДЛ для  $N$ -го порядку дифракції у фокальних точках визначається з (3) і має вигляд

$$\eta_N = \text{sinc}^2(\alpha\mu m - N). \quad (5)$$

Коли аргумент  $\text{sinc}$ -функції прямує до нуля, дифракційна ефективність максимальна. Крім того, коефіцієнт  $(\mu - 1) \neq 0$  не впливає на положення фокуса  $f_N$ , але змінює розподіл енергії в цій точці.

### Метод проектування біфокальної багатопорядкової лінзи

У скалярній теорії дифракції розподіл електричного поля світла, що дифрагує, описується виразом дифракції Релея–Зоммерфельда (рис. 2).

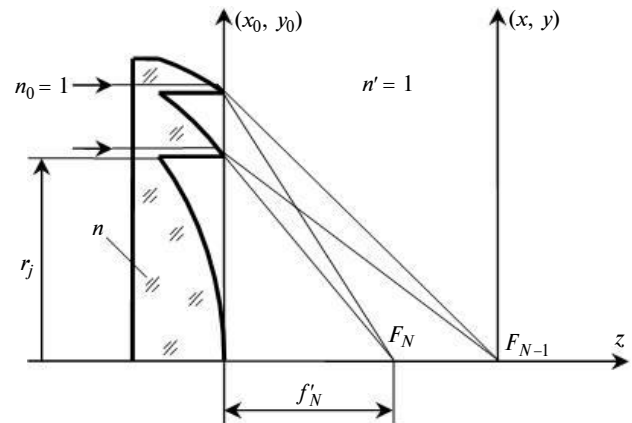


Рис. 2. Визначення БПДЛ і фокальних точок різних порядків

Розподіл комплексної амплітуди  $V(x, y)$  у деякій площині  $(x, y)$  описується рівнянням [4]

$$V(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \left( \frac{z}{i\lambda r^2} \right) \exp(jkr) dx_0 dy_0 = \int \int_{-\infty}^{\infty} V(x_0, y_0) \times \exp \left\{ jkz \left[ 1 + \left( \frac{x - x_0}{z} \right)^2 + \left( \frac{y - y_0}{z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{i\lambda z \left[ 1 + \left( \frac{x - x_0}{z} \right)^2 + \left( \frac{y - y_0}{z} \right)^2 \right]} dx_0 dy_0, \quad (6)$$

де  $V(x_0, y_0)$  – розподіл комплексної амплітуди в площині  $(x_0, y_0)$ , дотичній до рельєфної поверхні лінзи,  $z$  – відстань між площинами  $(x_0, y_0)$  та  $(x, y)$ .

Оскільки проектування залежить від локальної структури профілю, рівняння (6) розв'язуємо числовим інтегруванням.

Нехай на лінзу нормально падає монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda_0$  з одиничною амплітудою. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі  $z$  отримаємо з урахуванням виразів (3) і (6). Амплітуду поля в центрі дифракційної картини визначають за умови, що  $x_0 = y_0 = 0$ . Тому інтенсивність у центрі дифракційної картини визначається як  $I(0, 0) = |V(0, 0)|^2$ . Перейшовши до полярної системи координат ( $\rho^2 = x^2 + y^2$ ;  $dx dy = \rho d\rho d\phi$ ;  $0 < \rho < R$ ) після математичних перетворень матимемо

$$I(z) = \left| 2\pi \int_0^R \exp\left(-\frac{i\pi N \rho^2}{m\lambda_0 f_0}\right) \frac{\exp\left(\sqrt{z^2 + \rho^2} \frac{i2\pi}{\lambda_0}\right)}{i \frac{\lambda_0}{z} (z^2 + \rho^2)} \rho d\rho \right|^2, \quad (7)$$

де  $R$  – радіус лінзи.

Побудуємо графік функції (7) для таких початкових даних:  $\lambda_0 = 632,8$  нм,  $f_0 = 4$  мм,  $m = 6$ ,  $\mu = 0,9$ ,  $R = 0,2$  мм,  $\alpha = 1$ , числова апертура  $NA = 0,05$ . Здійснимо нормування з урахуванням (5). Покладемо робочий порядок  $N = 6$ . За формулою (4) отримаємо другу фокусну відстань  $f_1 = 4,8$  мм уже для робочого порядку  $N = 5$ .

Як видно з рис. 3, а, 25% енергії зосереджується в точці  $f_0 = 4$  мм, а з рис. 3, б – 57% енергії зосереджується в точці  $f_1 = 4,8$  мм. Тобто задана лінза має два виражені піки. Теоретично можна розрахувати лінзу, яка б направляла необхідну кількість енергії у задані точки на осі. Підбираючи значення коефіцієнта  $\mu$ , можна розподілити падаючу енергію порівну у дві точки із відсотковим співвідношенням 40,5% енергії в кожену точку відповідно. Як приклад, на рис. 4, а показана лінза із  $\mu = 0,9$ , а на рис. 4, б – лінза із підібраним значенням коефіцієнта  $\mu = 0,916$ , що перерозподіляє енергію у два фокуси порівну.

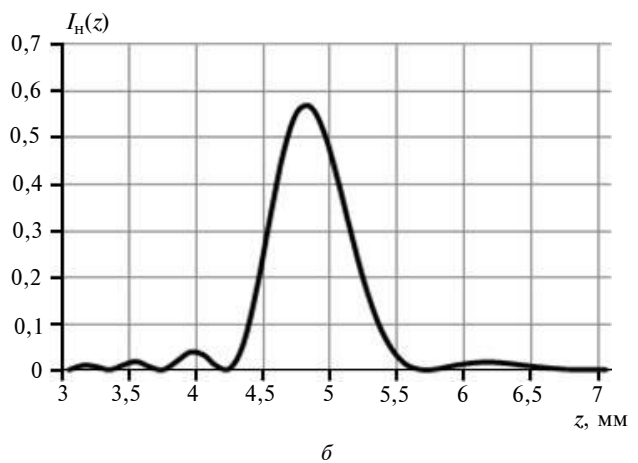
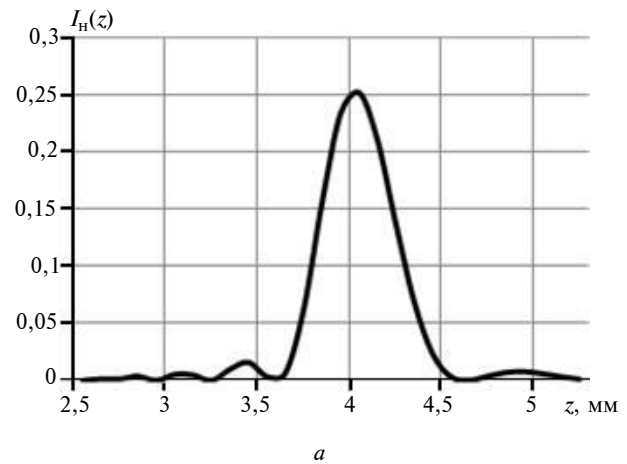


Рис. 3. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі  $z$  по порядках дифракції: а –  $N = 6$ ; б –  $N = 5$

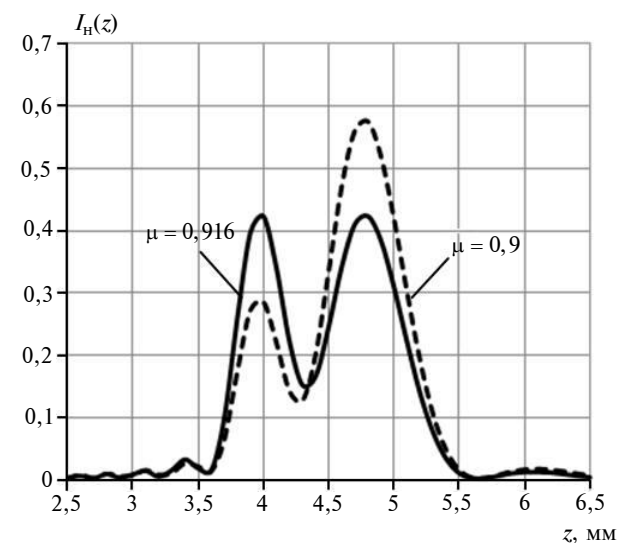


Рис. 4. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі  $z$  з коефіцієнтом товщини

Основна ідея методу проектування полягає в тому, що, на відміну від попередніх багатофокусних лінз, які проектуються для нульового та першого порядку дифракції, багатопорядкова лінза проектуватиметься для сусідніх порядків дифракції, відмінних від 0 та 1. Теоретично їх може бути нескінченна кількість.

Для проектування біфокальної лінзи потрібна фокусна відстань, в яку потраплятиме світло з нескінченності, а потім за цією фокусною відстанню ми розрахуємо другу фокусну відстань лінзи, яка фокусуватиме світло в потрібну точку на осі зображення предмета, розміщеного на заданій відстані від спостерігача. Маючи ці дві фокусні відстані, ми розрахуємо сусідні порядки дифракції, а також число стрибків фази  $m$ , які задовольняють умову (4). Отримавши усі ці дані, ми зможемо здійснити розподіл енергії по порядках, як це було показано вище.

Проведемо моделювання біфокальної багатопорядкової дифракційної лінзи. Матеріалом лінзи візьмемо олігокарбонметакрилат [3]. Оскільки людське око найбільш чутливе до довжини хвилі  $\lambda_0 = 555$  нм, то офтальмологічні біфокальні дифракційні лінзи зазвичай проектуються для цієї довжини хвилі. У роботі використаємо модель ока (рис. 5), описану в статті [3], та всі необхідні параметри для проектування (таблиця).

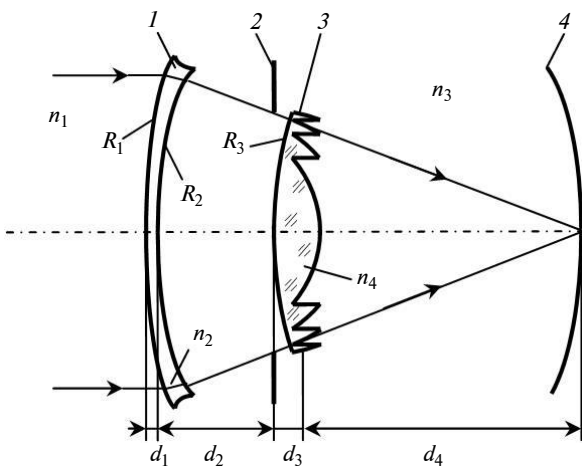


Рис. 5. Схематична модель ока за Гульстрандом: 1 – рогівка, 2 – зіниця, 3 – дифракційна лінза, 4 – сітківка

Нехай необхідно спроектувати лінзу для найпростішої моделі ока “рогівка + лінза”.

Задамо значення фокусної відстані 22,78 мм для оптичної системи “рогівка + лінза”. Оптична сила системи  $\Phi_{\Sigma}$  матиме такий ви-

Таблиця. Параметри для моделі ока

Коефіцієнт заломлення	Радіус, мм	Відстань між компонентами, мм
$n_1 = 1$	$R_1 = 7,7$	$d_1 = 0,5$
$n_2 = 1,3774$	$R_2 = 6,8$	$d_2 = 3,65$
$n_3 = 1,3374$	$R_3 = \infty$	$d_3 = 0,7$
$n_4 = 1,5067$		$d_4 = 19$

гляд:  $\Phi_{\Sigma} = \frac{n_1}{f} = \Phi_{\delta} + \Phi_{\epsilon} - \frac{d_2 \Phi_{\delta} \Phi_{\epsilon}}{n_3}$ , де  $\Phi_{\delta}$ ,  $\Phi_{\epsilon}$  – оптичні сили рогівки та лінзи,  $d_2$  – відстань між ними,  $n_3$  – коефіцієнт заломлення середовища. Тобто лінза повинна мати оптичну силу  $\Phi_{\text{л}} = (\Phi_{\Sigma} - \Phi_{\text{р}}) / \left(1 - \frac{d \Phi_{\text{р}}}{n_3}\right)$  та фокусну відстань

$$f = \frac{n_{\epsilon}}{\Phi_{\epsilon}}. \quad (8)$$

Згідно з формулою (8) розрахуємо фокусну відстань лінзи, що проектується,  $f = 65,09$  мм при  $n_{\text{л}} = 1,3774$ . Тоді можна розрахувати конструктивні параметри біфокальної лінзи, яка формуватиме зображення із двох заданих відстаней – із нескінченності та із відстані хорошого бачення здорового ока людини 33 см.

Наведемо розроблений нами алгоритм, за яким здійснюватиметься проектування.

1. Задати першу фокусну відстань лінзи  $f_0$ .
2. Задати відстань, на якій розміщено предмет  $a$ .
3. Задати відстань, куди треба сфокусувати зображення  $a'$ .
4. За формулою Гаусса розрахувати другу фокусну відстань лінзи  $f_2$ .
5. Вибрати необхідну величину з ряду

$$f_1 = f_0 \frac{m}{m+1}. \quad (9)$$

6. Задати довільне значення  $\mu$ .
7. Знайти відповідні значення  $m$  та  $N = m + 1$ .
8. Провести операцію по розподілу енергії в порядки  $N$  та  $N + 1$ , розрахувавши потрібне значення  $\mu$ .
9. Обчислити радіуси  $r_j$  та висоту  $h$  зон Френеля ДЛ.

### Числове моделювання

Відповідно до алгоритму здійснимо проектування біфокальної лінзи. Задаємо першу фокусну відстань лінзи  $f_0 = 65,09$  мм. Предмет, розміщений у нескінченності, фокусуватиметься в цю точку на осі. Відстань, на якій розміщено предмет,  $a = -330$  мм. Зображення цього предмета має збігатися із попереднім зображенням предмета, розміщеного в нескінченності, тобто задаємо  $a' = f_0 = 65,09$  мм. За формулою Гаусса розраховуємо другу фокусну відстань лінзи  $f_1 = 54,36$  мм. Найближча величина із ряду (9)  $f_1 = 54,24$  мм для  $m = 5$ ,  $N = 6$ .

Таким чином, предмет, розміщений у нескінченності, сфокусується в точку з дифракційним порядком  $N = 6$ , а предмет, розміщений на відстані 33 см, у точці з дифракційним порядком  $N = 5$ .

Проведемо розрахунок розподілу інтенсивності по порядках дифракції за формулою (7). Графік отриманого розподілу інтенсивності наведено на рис. 6, крива 1. Радіус зіниці покладемо  $R = 3,5$  мм.

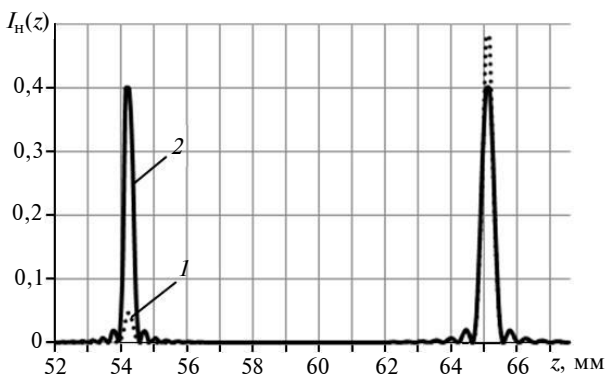


Рис. 6. Розподіл інтенсивності вздовж оптичної осі  $z$  з коефіцієнтом товщини: 1 –  $\mu = 0,9$ , 2 –  $\mu = 1,1$

Як видно з рис. 6 (крива 1), у задані порядки не потрапляє необхідна кількість енергії. Тому здійснимо перерозподіл енергії по 40,5 % в ці порядки. Знайдемо оптимальне значення параметра  $\mu$ , яке б задовольнило умову біфокальності. Для цього необхідно знайти таке значення  $\mu$ , щоб дифракційна ефективність для сусідніх порядків була однаковою. З рис. 7 видно, що при  $\mu = 1,1$  виконується необхідна умова і дифракційна ефективність для двох по-

рядків зрівняється. Відповідно, при цьому значенні  $\mu$  відбудеться необхідний розподіл енергії по порядках (рис. 6, крива 2).

Радіус кожної зони розраховується за фор-

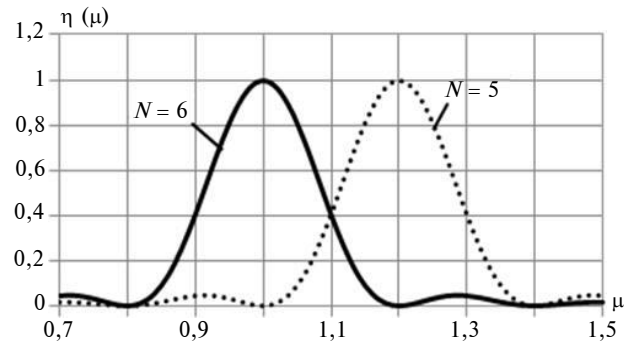


Рис. 7. Дифракційна ефективність для різних порядків дифракції

мулою (1). Кількість кілець, які будуть нанесені на поверхню лінзи, знайдемо із формули (1)  $j_{\max} = 34$ . Висота профілю лінзи розраховується за формулою (4) і становитиме  $h = 16,4$  мкм.

### Висновки

Запропонований метод розрахунку багатопорядкових дифракційних лінз як мультифокальних дає можливість проектувати їх як біфокальні, розміри мікрорельєфу яких порівняно зі звичайними мультифокальними ДЛ значно збільшені, а тому є більш технологічними. Основна ідея методу полягає в тому, що задаючи значення коефіцієнта  $\mu$ , можна керувати розподілом енергії монохроматичного світла між декількома дифракційними порядками.

Розрахована запропонованим методом біфокальна ДЛ здатна фокусувати світло в дві просторово розділені осьові точки із дифракційною ефективністю 40,5 % у кожній. Використання отриманої лінзи як інтраокулярної забезпечує різке бачення об'єктів, розміщених на відстані 33 см та в нескінченності.

У подальшому необхідно вдосконалювати запропонований метод для поліхроматичного освітлення із високою дифракційною ефективністю.

### Список літератури

1. *Application and research of harmonic diffractive/refractive optics in visible spectrum* / D. Lou, J. Bai, X. Hou, G. Yang // Proc. SPIE. Holography, Diffractive Optics, and Applications II. – 2005. – Vol. 5636. – P. 78–85.
2. *Capabilities of diffractive optical elements for real-time holographic displays* / S. Reichelt, H. Sahm, N. Leister, A. Schwerdtner // Proc. SPIE. Holography XXII: Materials and Applications. – 2008. – Vol. 6912. – P. 69120–69130.
3. *Lenkova G.A. Chromatic Aberrations of Diffractive-Refractive Intraocular Lenses in an Eye Model* // Optoelectr., Instrum. Data Process. – 2009. – Vol. 45, no. 2. – P. 171–183.
4. *Rossi M., Kunz R.E., Herzig H.P. Refractive and diffractive properties of planar micro-optical elements* // Appl. Opt. – 1995. – Vol. 34, no. 26. – P. 5996–6007.
5. *Колобродов В.Г., Тимчик Г.С. Проектування дифракційних оптичних елементів і систем.* – К.: НТУУ “КПІ”, 2013. – 196 с.

### References

1. D. Lou *et al.*, “Application and research of harmonic diffractive/refractive optics in visible spectrum”, *Proc. SPIE. Holography, Diffractive Optics, and Applications II*, vol. 5636, pp. 78–85, 2005. DOI: 10.1117/12.576224.
2. S. Reichelt *et al.*, “Capabilities of diffractive optical elements for real-time holographic displays“, *Proc. SPIE. Holography XXII: Materials and Applications*, vol. 6912, pp. 69120–69130, 2008. DOI: 10.1117/12.762887.
3. G.A. Lenkova, “Chromatic aberrations of diffractive-refractive intraocular lenses in an eye model”, *Optoelectr., Instrum. Data Process.*, vol. 45, no. 2, pp. 171–183, 2009. DOI:10.3103/S8756699009020113.
4. M. Rossi *et al.*, “Refractive and diffractive properties of planar micro-optical elements”, *Appl. Opt.*, vol. 34, no. 26, pp. 5996–6007, 1995. DOI: 10.1364/AO.34.005996.
5. V.G. Kolobrodov and G.S. Tymchik, *Design of Diffractive Optical Elements and Systems*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2013, 196 p. (in Ukrainian).

В.Г. Колобродов, І.О. Кучугура, Є.О. Кучугура

#### ПРОЕКТУВАННЯ БАГАТОПОРЯДКОВИХ ДИФРАКЦІЙНИХ ЛІНЗ

**Проблематика.** Багатопорядкові дифракційні лінзи (БПДЛ) відрізняються від звичайних дифракційних лінз (ДЛ) тим, що працюють одночасно в декількох порядках дифракції, що досягається збільшенням їх товщини. Це покращує технологічність виготовлення ДЛ.

**Мета дослідження.** Метою статті є розроблення методу проектування БПДЛ, який забезпечує задані оптичні характеристики лінзи.

**Методика реалізації.** Проведено теоретичне дослідження властивостей БПДЛ, в результаті якого була виявлена залежність розподілу енергії по порядках дифракції від коефіцієнта товщини  $\mu$ . Запропоновано метод розрахунку БПДЛ, відповідно до якого здійснено моделювання лінзи.

**Результати дослідження.** Визначено, що, розрахувавши оптимальне значення коефіцієнта товщини, можна спрямувати необхідну кількість енергії в сусідні дифракційні порядки. Наводиться приклад розподілення енергії по 40,5 % у кожен порядок. Запропоновано методику обчислення числа стрибків фази  $m$ , яке визначає товщину лінзи.

**Висновки.** У статті подано метод розрахунку БПДЛ, завдяки якому можна досягти мультифокальності, зокрема подано приклад розрахунку біфокальної лінзи. Змодельована запропонованим методом багатопорядкова біфокальна лінза забезпечує різке бачення об'єктів, розміщених на відстані 33 см та у нескінченності. Її можна використовувати як інтраокулярну лінзу в оптичній системі моделі ока “рогівка + лінза”.

**Ключові слова:** біфокальна багатопорядкова дифракційна лінза; інтраокулярна лінза; коефіцієнт товщини; порядок дифракції.

В.Г. Колобродов, І.О., Кучугура Є.О. Кучугура

#### ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОПОРЯДКОВЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ ЛИНЗ

**Проблематика.** Многопорядковые дифракционные линзы (МПДЛ) отличаются от обычных дифракционных линз (ДЛ) тем, что работают одновременно в нескольких порядках дифракции, что достигается увеличением их толщины. Это улучшает технологичность изготовления ДЛ.

**Цель исследования.** Целью статьи является разработка метода проектирования МПДЛ, который обеспечивает заданные оптические характеристики линзы.

**Методика реалізації.** Проведено теоретичне дослідження властивостей МПДЛ, в результаті якого була виявлена залежність розподілу енергії по порядкам дифракції від коефіцієнта товщини  $\mu$ . Предложено метод розрахунку МПДЛ, згідно якого вироблено моделювання лінзи.

**Результати дослідження.** Визначено, що, розрахувавши оптимальне значення коефіцієнта товщини, можна направити необхідну кількість енергії в сусідні дифракційні порядки. Приводиться приклад розподілу енергії по 40,5 % в кожену точку з двох. Предложено методика визначення числа скачків фази  $m$ , яке визначає товщину лінзи.

**Висновки.** В статті представлено метод розрахунку МПДЛ, завдяки якому можна досягти мультифокальності, в частині приведено приклад розрахунку біфокальної лінзи. Симульована запропонованим методом багаторядкова біфокальна лінза забезпечує різке бачення об'єктів, розташованих на відстані 33 см і в нескінченності. Її можна використовувати як інтраокулярну лінзу в оптичній системі моделі ока "роговиця + лінза".

**Ключові слова:** багаторядкова дифракційна лінза; інтраокулярна лінза; коефіцієнт товщини; порядок дифракції.

Рекомендована Радою  
приладобудівного факультету  
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції  
28 серпня 2014 року