УДК 621.45.017 DOI: 10.20535/1810-0546.2016.6.81064

О.М. Сапегін, М.О. Романов, Д.В. Бугайов

НТУУ "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", Київ, Україна

БЕЗПЛАТФОРМНА ІНЕРЦІАЛЬНА НАВІГАЦІЙНА СИСТЕМА НА ОСНОВІ ДИНАМІЧНО НАСТРОЄНИХ ГІРОСКОПІВ

Background. Modern strapdown inertial navigation systems based on ring laser and fiber-optic gyroscopes, have large size, weight and cost. This makes them difficult to use in navigation systems for small objects. We investigate the accuracy of the strapdown inertial navigation system based on dry tuned gyroscopes, depending on the sensors characteristics and parameters of the base movement.

Objective. Development of navigation system designs based on using dry tuned gyroscopes as the angle sensors and the evaluation of its accuracy.

Methods. Compilation of mathematical and software models of strapdown navigation system based on Poisson kinematic equation and Euler orientation vector. Input information to guide the algorithms used in the form of projections of the angular velocity from gyroscopes, installed in the system. Integration of orientation equations is performed using the Runge–Kutta methods.

Results. System errors for different values of the parameters of gyroscopes and motion base are determined.

Conclusions. The use of dry tuned gyroscopes in small strapdown inertial navigation systems can significantly reduce their weight, size and cost saving with satisfactory accuracy.

Keywords: dry tuned rotor gyro; Poisson equation; Euler vector; math modeling; strapdown inertial navigation systems.

Вступ

Безплатформні інерціальні навігаційні системи (БІНС) почали бурхливо розвиватися з часу появи сучасних типів датчиків кутової швидкості (ДКШ). Проблема невеликої точності та надійності старих ДКШ на поплавкових гіроскопах була вирішена після того, як вдалося побудувати волоконно-оптичні та кільцеві лазерні гіроскопи високої точності [1].

Ці датчики мають набагато більшу надійність та час напрацювання на відмову через те, що позбавлені механічних рухомих частин. З розвитком техніки спостерігається значне покращення точності цих приладів. Досить сказати, що майже всі системи навігації балістичних ракет і літаків мають у своєму складі БІНС на волоконно-оптичних або лазерних гіроскопах [2–4].

Однак сучасні БІНС на лазерних та волоконно-оптичних гіроскопах не позбавлені низки недоліків, таких як:

великі габарити і маса;

 спеціальна технологія виготовлення чутливих елементів;

висока вартість.

Наразі дедалі більшого поширення набувають гіроскопи, які вирізняються пружним з'єднанням їх чутливого елемента з основою. Як чутливий елемент застосовують обертовий ротор або коливальну інерційну масу. В першому випадку для забезпечення необхідної кількості ступенів вільності ротора використовується пружний внутрішній карданів підвіс, елементи якого обертаються разом із ротором гіроскопа. Такий прилад називають роторним вібраційним гіроскопом (РВГ) [5].

РВГ мають набагато кращі масогабаритні параметри. Вони можуть виготовлятися на підприємствах приладобудування без впровадження специфічних оптичних технологій. Використання як датчиків кутів РВГ дасть змогу значно зменшити габарити, масу та вартість БІНС [6]. Це дасть можливість застосовувати систему на малогабаритних та безпілотних об'єктах.

Постановка задачі

Враховуючи особливості роботи вібраційних датчиків, необхідно провести дослідження точності навігаційної системи. Достатньо простим і адекватним способом є програмне моделювання спеціально розробленої моделі системи числовими методами. Це дасть змогу встановити залежність методичних похибок БІНС як від різних параметрів руху основи, так і від параметрів гіроскопів.

Датчики кутової швидкості БІНС

Конструкції типових лазерних та волоконно-оптичних гіроскопів показано на рис. 1. Вони основані на використанні ефекту Саньяка, і їх точність напряму залежить від довжини оптичного каналу. Якщо у волоконно-оптичному гіроскопі можна збільшити кількість витків оптоволокна без істотного збільшення розмірів, то габарити прецизійних кільцевих лазерних гіроскопів мають бути великими.



Рис. 1. Датчики кутової швидкості БІНС: *а* – кільцевий лазерний гіроскоп; *б* – волоконно-оптичний гіроскоп

Виконавши умову динамічного настроювання РВГ, на їх основі можна отримати динамічно настроєні гіроскопи (ДНГ), зовнішній вигляд яких показано на рис. 2. Зазначимо, що, на відміну від кільцевих лазерних гіроскопів, ДНГ набагато менші за розмірами.



Рис. 2. Динамічно настроєні гіроскопи: *a* – ГВК-16; *б* – G2000

Коротко пояснимо принцип роботи ДНГ. Триступеневий роторний вібраційний гіроскоп (рис. 3) являє собою механічну систему, що складається з трьох тіл: ротора гіроскопа *1*, внутрішнього кільця *3* і валу *5* привідного двигуна *6*. Двигун гіроскопа встановлено в корпусі приладу. Вал *5* обертається з постійною кутовою швидкістю $\dot{\gamma} = \Omega$. Вал через пружні елементи (внутрішні торсіони) *4* передає обертання внутрішньому кільцю, яке своєю чергою зв'язане з ротором за допомогою зовнішніх торсіонів *2*.

Поздовжні осі внутрішніх і зовнішніх торсіонів перетинаються між собою й віссю обертання валу двигуна під кутами 90°. Унаслідок цього ротор гіроскопа має три ступені вільності: він може обертатися навколо осі вала двигуна з кутовою швидкістю $\dot{\gamma} = \Omega$, навколо поздовжньої осі внутрішніх торсіонів з кутовою швидкістю β і навколо осі зовнішніх торсіонів (осі підвісу ротора) з кутовою швидкістю $\dot{\alpha}$.



Рис. 3. Триступеневий РВГ: *1* – гіроскоп, *2* – зовнішні торсіони, *3* – внутрішнє кільце, *4* – внутрішні торсіони, *5* – вал, *6* – привідний двигун

Кути повороту ротора навколо осей *y* і *z* торсіонів (осей рухомої системи координат) або навколо осей зв'язаної системи координат $Ox_c y_c z_c$, як у випадку двоступеневого гіроскопа, містять інформацію про складові кутової швидкості $U_{x_c}^c$, $U_{y_c}^c$ обертання основи. Їх вимірюють датчиками кутів ДК_а й ДК_β. Таким чином, ДНГ, на відміну від лазерних, має дві осі чутливості.

Огляд конструкції БІНС

У системах інерціальної навігації без стабілізованої платформи чутливі елементи – акселерометри і вимірювачі кутової швидкості – монтуються у відповідному корпусі, що жорстко кріпиться на об'єкті. При цьому кількість вимірювачів має бути такою, щоб забезпечувалося одержання інформації про вектор удаваного прискорення точки об'єкта, на якому встановлені вимірювачі, і про векторну величину (наприклад, вектор абсолютної кутової швидкості), що характеризує обертання основи. Цієї інформації разом із апріорними даними про гравітаційне поле і початкові умови руху достатньо для подальшого обчислення на борту рухомого об'єкта навігаційних параметрів і параметрів, що характеризують орієнтацію.

Як правило, в складі БІНС міститься три лазерних або волоконно-оптичних гіроскопи. Конструктивну схему реального БІНС вироб-

ництва КП СПБ "Арсенал" та її оптимізований варіант зображено на рис. 4, а, б. 3 рис. 4 видно, що кільцеві лазерні гіроскопи монтуються на корпус багатокутної форми таким чином, щоб їх осі чутливості були спрямовані ортогонально. Всередині корпуса розміщена тріада навігаційних акселерометрів. Необхідно відзначити, що навіть за максимальної оптимізації габаритних розмірів БІНС за рахунок використання корпуса кубічної форми, як показано на рис. 4, б, система залишається досить громіздкою. З іншого боку, при розв'язанні задачі орієнтації БІНС на ДНГ [6] можна використовувати лише два гіроскопи, що дає змогу зменшити габарити, вагу системи, спростити конструкцію та оптимізувати затрати на виготовлення і збільшити точність по одному з інформаційних каналів. Використання в конструкції БІНС ДНГ дає змогу зменшити габарити системи до 70-80 % порівняно з лазерними і волоконно-оптичними датчиками, як це продемонстровано на рис. 4.



Рис. 4. Конструктивні схеми сучасних БІНС: а – БІНС виробництва КП СПБ "Арсенал"; б – лазерний БІНС з оптимізованими розмірами; в – БІНС на ДНГ, вигляд збоку; е – БІНС на ДНГ, вигляд зверху

г

в

Побудована конструктивна схема у вигляді 3D-моделі БІНС у програмному середовищі SolidWorks. Для кращої демонстрації конструкції розробленої системи скористаємося аксонометричним виглядом, показаним на рис. 5. Навігаційна система має у своєму складі тріаду навігаційних акселерометрів 2, два ДНГ 1 і корпус 3.



Рис. 5. Конструктивна принципова схема БІНС: *1* – ДНГ, 2 – навігаційні акселерометри, *3* – корпус

Істотне зменшення габаритів БІНС дає змогу говорити про доцільність використання як датчиків кутів динамічно настроєних гіроскопів, виходячи з конструктивних міркувань. Проте недоліки ДНГ вимагають дослідження системи математичними та програмними методами.

Програмна модель БІНС

В основу математичної моделі системи покладено диференціальні рівняння руху ДНГ, викладені у праці [7], такого вигляду:

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + f_e\dot{\alpha} + k^2\alpha + H\dot{\beta} + (f_e\Omega + K)\beta &= -Bu_{Zc}^c, \\ A\ddot{\beta} + f_e\dot{\beta} + k^2\beta + H\dot{\alpha} + (f_e\Omega + K)\alpha &= -Bu_{Yc}^c, \end{aligned} \tag{1}$$

де позначено $A = J_{er} + \frac{1}{2}J_{ek}$, $B = J_r + \frac{1}{2}J_k$, $H = (J_r + J_{ek})\Omega$: J_{ek} – екваторіальний момент інерції кільця, J_{er} – екваторіальний момент інерції ротора; J_r – момент інерції ротора; J_k – момент інерції кільця; H – кінетичний момент, Ω – кутова швидкість обертання ротора.

Орієнтація об'єкта визначається кінематичним рівнянням Пуассона та вектором Ейлера [8], що подані відповідно нижче:

$$\frac{dC^{SP}}{dt} = C^{SP}(\omega_P^{PS} \times), \tag{2}$$

$$\frac{d\Theta}{dt} = \omega_P^{PS} + \frac{1}{2}\Theta \times \omega_P^{PS} + \frac{1 - \frac{\delta}{2}\operatorname{ctg}\frac{\delta}{2}}{\delta^2} (\Theta \times (\Theta \times \omega_P^{PS})), \quad (3)$$

де C^{SP} — матриця напрямних косинусів між інерціальною і зв'язаною системами координат, ω_P^{PS} — вектор проекцій абсолютних кутових швид-костей на осі зв'язаної системами координат, δ — заданий кут повороту, Θ — вектор орієнтації (Ейлера), $\Theta = \delta \cdot e, e$ — одиничний вектор.

Зазначимо, що кутові швидкості, отримані після інтегрування (1), формують вектор проекцій кутових швидкостей ω_P^{PS} для рівнянь (2) і (3).

На основі рівнянь (1)–(3) було створено програмну модель [9], яка дає змогу проводити дослідження БІНС. Модель реалізує рух основи за гармонічними законами, інтегрує диференціальні рівняння ДНГ і дає можливість встановити значення кутів орієнтації ψ , 9, ϕ числовим інтегруванням кінематичного рівняння Пуассона та вектора Ейлера методом Рунге–Кутти четвертого порядку. Загальну структуру програмної моделі, для представлення її роботи, зображено на рис. 6.

Пояснимо роботу окремих компонентів моделі.

Керувальна програма **BSO_DNG_UPR.m** задає початкові умови та параметри моделі, реалізує процес числового інтегрування, виконує зв'язок окремих процедур і виводить результат у вигляді графічних залежностей кутів орієнтації від часу.

Процедура **ug2mnk.m** формує матриці напрямних косинусів із початкових значень кутів ψ , ϑ , φ .

У процедурі UgDv_Osn.m моделюється гармонічний рух основи.

Перепроектування вектора абсолютної кутової швидкості основи на систему координат об'єкта виконується функцією **OmSv.m**.

Розрахунок поточного значення вектора Ейлера виконується функцією **mnk2Veler.m**.

Процедура **mnk2ug.m** розраховує кути орієнтації з матриці напрямних косинусів.

Процедура перетворення вектора Ейлера до матриці напрямних косинусів виконується у Veler2mnk.m.

Функція **соssem.m** розраховує кососиметричну матрицю з проекцій кутових швидкостей



Вектор орієнтації Ейлера (2) формується функцією VelerEq.m.

Праву частину кінематичного рівняння Пуассона (2) наведено у процедурі **Poisson.m**.

Праві частини диференціальних рівнянь ДНГ (1) наведено відповідно у процедурах **DNG1.m** і **DNG2.m**.

Інтегрування рівнянь орієнтації та диференціальних рівнянь руху гіроскопів проводиться методом Рунге-Кутти четвертого порядку в процедурі **rk41.m**.

Результати моделювання

Говорячи про ДНГ як датчик кутової швидкості, необхідно зазначити, що його ротор здійснює гармонічні коливання навколо головної осі. Це призводить до вразливості чутливого елемента до вібрації основи. Для встановлення характеру залежності точності системи орієнтації від частоти вібрації було проведено серію дослідів, у яких при хитавиці основи по куту φ з постійною амплітудою 10° змінювалась частота вібрації основи. Результати дослідження наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Результати моделювання при зміні вібрації основи

ф _т (задана), град	10				
φ _{max} (експеримент), град	10,0	9,92	9,65	8,83	6,8
ω _{осн} (частота вібрації основи), рад/с	0,5	1	2	4	8

На рис. 7 показана залежність похибки виміряного кута орієнтації ϕ_{max} від вібрації основи.



З рис. 7 видно, що БІНС вразлива до вібрації основи. Це вимагає внесення до конструкції пружного підвіса корпуса БІНС до об'єкта, що має значно зменшити вплив вібрації основи на корпус навігаційної системи.

Дослідження впливу параметрів ДНГ на точність навігаційної системи представлено на прикладі частоти обертання ротора. Результати наведені в табл. 2.

Таблиця **2.** Результати моделювання при зміні частоти обертання ротора ДНГ

^Ф т (задана), град	10									
ф _{тах} (експе- римент), град	9,98	9,97	9,95	9,93	9,89	9,88	9,83	9,81		
Ω (частота обертання ротора), Гц	130	143	170	200	250	270	320	337		

На рис. 8 показана залежність зміни похибки виміряного кута орієнтації φ_{max} від частоти обертання ротора гіроскопа.

З рис. 8 можемо зробити висновок, що при збільшенні частоти обертання ротора Ω похибка виміру збільшується. При частоті Ω більше 337 Гц та менше 130 Гц система орієнтації стає нестійкою, тому можемо сказати про граничні параметри частоти обертання ротора ДНГ для нашої БІНС, що лежить у цих межах.



Рис. 8. Похибка БІНС при зміні частоти обертання ротора ДНГ

Висновки

Були розроблені математичні моделі ДНГ у режимі датчика кутової швидкості, БІНС на основі вектора орієнтації Ейлера і кінематичного рівняння Пуассона та побудована відповідна програмна модель у програмному середовищі MatLab.

Створена програмна модель дає змогу використовувати значення проекції абсолютної кутової швидкості, що розраховуються числовим інтегруванням диференціальних рівнянь ДНГ, для побудови алгоритму орієнтації та отримання на виході значень кутів орієнтації ψ , ϑ , φ .

З огляду на проведені дослідження було встановлено, що ДНГ можуть застосовуватись як датчики кутів БСО. Система орієнтації має високу стабільність характеристик і може застосовуватись при синтезі безплатформних систем орієнтації та навігації.

Створена програмна модель дає змогу проводити дослідження як алгоритмів орієнтації Ейлера та Пуассона, так і методів їх числового інтегрування. Програмна модель може застосовуватись як при проведенні наукових досліджень, так і у навчальному процесі.

У подальшому планується дослідження точності БІНС з використанням характеристики реальних датчиків, а також побудова системи з використанням кватерніонного рівняння орієнтації.

Список літератури

- Savage P.G. Advances in strapdown sensors // Advances in Strapdown Inertial Systems. AGARD Lecture Series. 1984. № 133.
- 2. Savage P.G. Blazing gyros the evolution of strapdown inertial navigation technology for aircraft // AIAA J. Guidance, Control, and Dynamics. 2013. **36**, № 3. P. 637–655. doi: 10.2514/1.60211

- 3. *Нестереко О.И.* Разработка малогабаритных систем ориентации в компании Inertial Labs, USA // Матеріали VII Міжнар. конф. "Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки", 15 жовтня 2011, Київ. – К.: НТУУ "КПІ", 2011. – С. 64.
- 4. *Мелешко В.В., Нестеренко О.И.* Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. Кировоград: ПОЛИМЕД-Сервис, 2011. – 171 с.
- 5. Павловский М.А., Збруцкий А.В. Динамика роторных вибрационных гироскопов. К.: Вища школа, 1984. 192 с.
- 6. *Сапегін О.М., Романов М.О.* Переваги використання динамічно настроюваних гіроскопів у безплатформових інерціальних навігаційних системах // Актуальні задачі сучасних технологій: 36. тез доп. IV Міжнар. наук.-техн. конф. молодих учених та студентів, 25–26 листопада 2015, Тернопіль. Тернопіль, 2015. Т. 1. С. 32–33.
- 7. Лазарев Ю.Ф., Бондар П.М. Основи теорії чутливих елементів систем орієнтації. К.: НТУУ "КПІ", 2011. 552 с.
- 8. Лазарєв Ю.Ф., Бобровицька Я.Г. Розроблення і моделювання алгоритмів безплатформової системи орієнтації. К.: НТУУ "КПІ", 2011. — 135 с.
- 9. Безплатформова система орієнтації на базі динамічно налагоджених гіроскопів: Свідоцтво № 64218 України про реєстрацію авторського права на твір. Комп'ютерна програма / Сапегін О.М., Романов М.О., Півторак Д.О. (Україна); заявник та власник Сапегін О.М., Романов М.О., Півторак Д.О. – Зареєстровано 26.02.2016 р. у Державному реєстрі свідоцтв про реєстрацію авторського права на твір.

References

- 1. P.G. Savage, "Advances in strapdown sensors", Advances in Strapdown Inertial Systems. AGARD Lecture Series, no. 133, 1984.
- 2. P.G. Savage, "Blazing gyros the evolution of strapdown inertial navigation technology for aircraft", *AIAA J. Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 36, no. 3, pp.637–655, 2013. doi: 10.2514/1.60211
- 3. O.I. Nesterenko, "Development of small-size orientation systems in Inertial Labs, USA", in *Proc. IV Int., Gyrotechnology, Navigation, Motion Control, and Aerospace Engineering Design*, Kyiv, Ukraine, 2011, p. 64 (in Russian).
- 4. V.V. Meleshko and O.I. Nesterenko, Strapdown Inertial Navigation Systems. Kirovograd, Ukraine: Polymed, 2011 (in Russian).
- 5. M.A. Pavlovsky and A.V. Zbrydsky, Dynamic of Dry Tuned Gyro. Kyiv, Ukraine: Vysha Shkola, 1984 (in Russian).
- 6. A.N. Sapegin and N.A. Romanov, "Advantages of using dynamically tuned gyroscope strapdown inetrional navigation systems", in *Proc. IV Int. Sci. Techn. Conf. Recent Tasks of Modern Technology*. Ternopil, Ukraine, 2015, pp. 32–33 (in Russian).
- 7. U.F. Lazarev and P.M. Bondar, Basic Theory of Sensitive Elements of Orientation. Kyiv, Ukraine; NTUU "KPI", 2011 (in Russian).
- 8. U.F. Lazarev and Y.G. Bobrovitska, *Development and Modeling of Strapdown Orientation Systems Algorithms*. Kyiv, Ukraine: NTUU "KPI", 2011 (in Russian).
- 9. A.N. Sapegin *et al.*, "Strapdown orientation system based on dry tuned gyroscopes", Ukraine Certificate of authorship 64218, February 26, 2016 (in Russian).

О.М. Сапегін, М.О. Романов, Д.В. Бугайов

БЕЗПЛАТФОРМНА ІНЕРЦІАЛЬНА НАВІГАЦІЙНА СИСТЕМА НА ОСНОВІ ДИНАМІЧНО НАСТРОЄНИХ ГІРОСКОПІВ

Проблематика. Сучасні безплатформні інерціальні навігаційні системи, що побудовані на кільцевих лазерних або волоконно-оптичних гіроскопах, мають досить великі габарити, масу і вартість. Це ускладнює їх застосування в навігаційних системах для малогабаритних об'єктів. У роботі досліджується точність безплатформної інерціальної навігаційної системи, побудованої на динамічно настроєних гіроскопах, залежно від характеристик датчиків і параметрів руху основи.

Мета дослідження. Розробка конструкції навігаційної системи, побудованої з використанням динамічно настроєних гіроскопів як датчиків кутів, і оцінка її точності.

Методика реалізації. Складання математичної та програмної моделей безплатформної навігаційної системи на основі кінематичного рівняння орієнтації Пуассона і вектора Ейлера. Вхідна інформація для алгоритмів орієнтації використовується у вигляді проекцій кутової швидкості з гіроскопів, встановлених у системі. Інтегрування рівнянь орієнтації виконується з використанням методів Рунге–Кутти.

Результати дослідження. Визначено похибки системи за різних значень параметрів гіроскопів і руху основи.

Висновки. Використання динамічно настроєних гіроскопів у малогабаритних безплатформних інерціальних навігаційних системах дає змогу значно зменшити їх масогабаритні параметри і вартість за одночасного збереження задовільної точності.

Ключові слова: динамічно настроєні гіроскопи; рівняння Пуассона; вектор Ейлера; математичне моделювання; безплатформна інерціальна навігаційна система.

А.Н. Сапегин, Н.А. Романов, Д.В. Бугаёв

БЕСПЛАТФОРМЕННАЯ ИНЕРЦИАЛЬНАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИ НАСТРОЕННЫХ ГИРОСКОПОВ

Проблематика. Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы, построенные на кольцевых лазерных или волоконно-оптических гироскопах, имеют достаточно большие габариты, массу и стоимость. Это затрудняет их применение в навигационных системах для малогабаритных объектов. В работе исследуется точность бесплатформенной инерциальной навигационной системы, построенной на динамически настраиваемых гироскопах, в зависимости от характеристик датчиков и параметров движения основания.

Цель исследования. Разработка конструкции навигационной системы, построенной с использованием динамически настроенных гироскопов в качестве датчиков углов, и оценка ее точности.

Методика реализации. Составление математической и программной моделей бесплатформенной навигационной системы на основе кинематического уравнения ориентации Пуассона и вектора Эйлера. Входная информация для алгоритмов ориентации используется в виде проекций угловой скорости с гироскопов, установленных в системе. Интегрирование уравнений ориентации выполняется с использованием методов Рунге–Кутты.

Результаты исследования. Определены погрешности системы при различных значениях параметров гироскопов и движения основания.

Выводы. Применение динамически настроенных гироскопов в малогабаритных бесплатформенных инерциальных навигационных системах позволяет значительно уменьшить их массогабаритные параметры и стоимость при сохранении удовлетворительной точности.

Ключевые слова: динамически настраиваемые гироскопы; уравнение Пуассона; вектор Эйлера; математическое моделирование; бесплатформенная инерциальная навигационная система.

Рекомендована Радою приладобудівного факультету НТУУ "КПІ ім. І. Сікорського" Надійшла до редакції 12 жовтня 2016 року