

## ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

DOI: 10.20535/1810-0546.2018.6.149681

УДК 681.78

Б.Ю. Пінчук<sup>1,2\*</sup>, В.Г. Колобродов<sup>2</sup>, В.М. Тягун<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Казенне підприємство спеціального приладобудування “Арсенал”, Київ, Україна

<sup>2</sup>КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

### МОДУЛЯЦІЙНА ПЕРЕДАВАЛЬНА ФУНКЦІЯ СИСТЕМИ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ ПРИ ВІДХИЛЕННІ ОСІ ВІЗУВАННЯ ВІД НАДИРА

**Проблематика.** Однією з основних вимог сьогодення, які ставляться до космічних оптико-електронних систем спостереження (ОЕСС), є зйомка космічним апаратом (КА) відповідної місцевості під різними кутами візування. При відхиленні осі візування від надиря якість отриманого зображення погіршується. На погіршення якості впливають насамперед деформація проекції пікселів на земній поверхні (ЗП) та зміна швидкості й вектора напрямку переміщення підсупутникової точки КА. Якість же отриманого зображення оцінюють модуляційною передавальною функцією (МПФ) ОЕСС. Визначення МПФ ОЕСС лише двома складовими: МПФ об'єктива і детектора, є недостатнім, оскільки буде велика ймовірність того, що зображення матиме суттєво нижчу якість від теоретично розрахованої. Тому необхідно враховувати в результуючій МПФ і вплив додаткових факторів, таких як: вібрації, швидкість переміщення підсупутникової точки, частота зчитування приймача випромінювання, нестабільність висоти і положення осі, атмосфера тощо.

**Мета дослідження.** Розробка фізико-математичної моделі для визначення МПФ космічних ОЕСС, яка враховує деформацію проекції пікселів, зміну швидкості і вектора напрямку переміщення підсупутникової точки та вплив додаткових факторів при різних кутах візування.

**Методика реалізації.** В основі фізико-математичної моделі запропоновано використовувати траєкторію сонячно-синхронної орбіти та розраховувати результуючу МПФ ОЕСС у напрямку і поперек польоту.

**Результати дослідження.** Практичні результати розрахунків підтверджують, що деформація проекції пікселів і наведені додаткові фактори суттєво впливають на результуючу МПФ космічних ОЕСС і залежно від кутів візування МПФ відрізняються між собою в напрямку і поперек польоту.

**Висновки.** Аналіз запропонованої фізико-математичної моделі для визначення МПФ космічних ОЕСС показав, що при відхиленні сканера з великою кількістю пікселів на значні кути візування проявляється неоднорідність МПФ по чутливій матриці приймача. Звертається увага і на те, що при відхиленні за кутами візування необхідно також зменшувати вплив частоти зчитування приймача її узгодженням зі швидкістю переміщення зображення у фокальній площині. В ході досліджень було виявлено, що при незначному довороті за кутом ризику можна досягти покращення МПФ і зменшити відмінність між МПФ у напрямку і поперек польоту, що впливає на ефективність сприйняття зображення.

**Ключові слова:** дистанційне зондування Землі; телевізійна система спостереження; модуляційна передавальна функція; кути візування; проекція пікселів.

#### Вступ

На сьогодні однією з основних характеристик, за якою у всьому світі оцінюють ефективність сканера для дистанційного зондування Землі (ДЗЗ), є лінійне розділення на місцевості (ЛРМ) [1]. Іншими словами, ЛРМ – це здатність сканера космічного апарата (КА) виявляти і розпізнавати об'єкти, які знаходяться на земній поверхні (ЗП) [2]. ЛРМ сканера визначається такими факторами, як: геометричний [3, 4], якісний [5, 6], енергетичний [7] та ймовірнісний (ймовірність виявлення) [8]. Якісний, що є одним із основних факторів, якому приділяють найбільше уваги, показує, на скільки чітко весь оптико-електронний тракт передає зображення, тобто максимальну контрастність.

Отже, якість отриманого зображення визначатиметься модуляційною передавальною функцією (МПФ) оптико-електронного каналу ДЗЗ.

Останнім часом усе більш популярним стає використання ПЗЗ-лінійок як приймача випромінювання для ДЗЗ. Перевага приймачів цього типу в тому, що вони дають можливість безперервно сканувати ЗП і отримувати при цьому доволі довгу полосу спостереження території. На відміну від матричних приймачів випромінювання (МПВ), які почергово знімають відповідну ділянку, ПЗЗ-лінійкам не потрібні “зшивки” зображень у напрямку польоту і витримка періодичності зйомок відповідних ділянок (що залежить від швидкості та траєкторії руху тощо), що своєю чергою зменшує затрати на обчислення. У зв'язку із принципом

\* corresponding author: pinchuk.brus@gmail.com

дії приймача цього типу, тобто коли відповідна ділянка сканується кожним регістром відповідної колонки з подальшим почерговим інтегруванням, важливо сканувати цю ділянку з мінімальними зміщеннями. Сканувати ЗП не лише в надирі – одна із сучасних вимог замовника, тому з огляду на деформацію проєкції МПВ [9, 10] зміщення не уникнути.

Дослідивши та оцінивши якість отриманого зображення відповідно до сучасних вимог, можна буде детально проаналізувати і виявити негативні фактори впливу та запропонувати методи, які б дали змогу підвищити якість зображення. Зазвичай у літературі наводяться математичні моделі з урахуванням лише окремих складових МПФ (тобто неповні), а для розрахунку ЛРМ вимагається враховувати МПФ усього тракту, який і описаний у нашій статті.

### Постановка задачі

Стаття присвячена визначенню МПФ системи сканера КА, який застосовується для ДЗЗ за кутів візування, відмінних від нуля [9, 10]. Мета нашого дослідження полягає в розробці фізико-математичної моделі для розрахунку МПФ телевізійної системи спостереження (ТСС) з урахуванням форми та швидкості обертання Землі, траєкторії орбіти [11, 12], координати розташування та швидкості КА за різних кутів візування.

### Вихідні положення

Сканери ДЗЗ із високою роздільною здатністю для забезпечення достатньої радіометричної роздільної здатності використовують МПВ типу ПЗЗ (прилад із зарядовим зв'язком, CCD) із TDI (Time Delay Integration). Для того щоб збільшити смугу огляду, вести спостереження за об'єктом, отримувати стерео-знімки тощо, КА відхиляють від надира за кутами візування, що призводить до деформації проєкції пікселів МПВ [9, 10], а це своєю чергою спричиняє зміну роздільної здатності ТСС, яка визначається МПФ.

У статті [10] описано принцип роботи ПЗЗ-лінійки та отриману фізико-математичну модель визначення кутів відхилення колонок від напрямку польоту на основі теорії кутового руху [9]. ПЗЗ-лінійка сканує "рядками", а інформацію передає вздовж "колонок", тобто сканується деяка ділянка певним елементом першого рядка, тоді КА пролітає відстань, рівну часові формування рядка, і сканує ту ж саму

область ЗП наступним елементом (відповідної колонки) другого рядка з інтегруванням заряду. Причому перед скануванням другим рядком відповідної області інформація від першого паралельно передається на другий, тобто заряди накопичуються (сумуються) до останнього рядка, з якого інформація зчитується і перетворюється на електричний сигнал. Окрім того, ця технологія сканування дає змогу збільшити відношення сигнал/шум у  $\sqrt{N_{\text{TDI}}}$  разів [8, 13] (де  $N_{\text{TDI}}$  – кількість TDI-регістрів у колонці), але вона має суттєвий недолік, який полягає в тому, що при відхиленні від надира колонки утворюють різні кути нахилу відносно напрямку польоту [10]. Відмінність нахилів колонок свідчить про те, що і МПФ для кожної із них відрізнятиметься.

Основна ідея точного визначення МПФ полягає в тому, щоб оцінити, як впливають на якість зображення не тільки відхилення КА від надира, а й вектор зміщення зображення у фокальній площині, який своєю чергою залежить від траєкторії орбіти, швидкостей обертання Землі та КА тощо.

### Швидкість підсупутникової точки на земній поверхні

Вважається правильним описувати форму Землі не сфероїдом із загальноприйнятим середнім радіусом Землі  $R_3 = 6371,032$  км, а дво-вісним еліпсоїдом із радіусами Землі біля полюсів  $R_{\text{min}} = 6356,777$  км і на екваторі  $R_{\text{max}} = 6378,160$  км. Тоді радіус від центра до точки на поверхні Землі розраховується за формулою

$$R_t(\gamma) = \sqrt{R_{3\text{min}}^2 \sin^2(\gamma) + R_{3\text{max}}^2 \cos^2(\gamma)},$$

де  $\gamma$  – географічна широта Землі, на якій знаходиться КА.

Швидкість підсупутникової точки за рахунок обертання Землі:

$$V_3(\gamma) = \omega_3 R_t(\gamma) \cos(\gamma), \quad (1)$$

де  $\omega_3 = 15''/\text{с}$  – кутова швидкість Землі.

Орбітальна кругова лінійна швидкість переміщення супутника по його орбіті:

$$V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{R_3 + h}} = \sqrt{\frac{\mu}{R_0}},$$

де  $\mu = 398602 \text{ км}^3/\text{с}^2$  – гравітаційний параметр Землі;  $h$  – стала висота орбіти КА (орбі-

тальна висота), яка не залежить від координат КА (географічних широти і довготи).

Розмежуємо два поняття – орбітальної висоти  $h$  і висоти КА  $H$ . Орбітальна висота  $h$ , згідно з теорією орбітального руху, залежить від маси небесного тіла, навколо якого обертається, а точкою прив'язки є центр мас цього тіла. Супутник (тобто КА) обертається за рахунок сили тяжіння небесного тіла, тому при зміні орбітальної висоти змінюється швидкість КА на орбіті. В цьому випадку для спрощення обчислень не враховується гравітаційне поле Землі [14, 15], яке деформує з певною похибкою траєкторію польоту КА, а за орбіту вибрано траєкторію сонячно-синхронної орбіти (ССО), яка зазвичай описується колом або фігурою, дуже близькою до форми кола. Отже, при такій ССО відстань від центра мас Землі до КА залишається сталою при заданій орбітальній висоті. Тобто орбітальну висоту можна описати як відстань від КА до поверхні Землі (яка апроксимується сферою з радіусом  $R_3$ ) у напрямку до центра мас. Просто висота КА  $H$  – це відстань від КА до поверхні Землі в напрямку до центра мас, але з урахуванням її кривизни. Різниця між цими висотами – це похибка визначення висоти, яка обчислюється за формулою

$$\Delta h(\gamma) = R_t(\gamma) - R_3.$$

Звичайна висота КА дорівнює

$$H(\gamma) = h + \Delta h(\gamma). \quad (2)$$

Відмінність між висотами  $h$  і  $H$  схематично зображено на рис. 1.

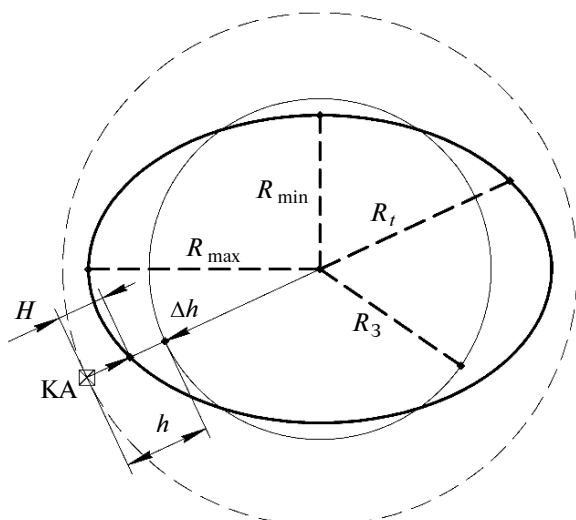


Рис. 1. Радіуси Землі, висоти і орбіта космічного апарата

Важливим параметром ССО, який характеризує орбітальну висоту та траєкторію самої орбіти, є кут її нахилу [11, 12] (рис. 2):

$$i = \arccos \left( -\frac{1}{k_3} \left( \frac{R_0}{R_3} \right)^{\frac{7}{2}} \right), \quad (3)$$

де  $k_3 = 10,10949$  – стала для Землі, яка означає, що для супутника висота над рівнем моря  $h = 0$  і  $i = 0$ , центральна прецесія оцінюється в 10,11 разу більше, ніж кутова швидкість земної осі при руху навколо Сонця (наприклад, для Марса вона дорівнює 29,0403).

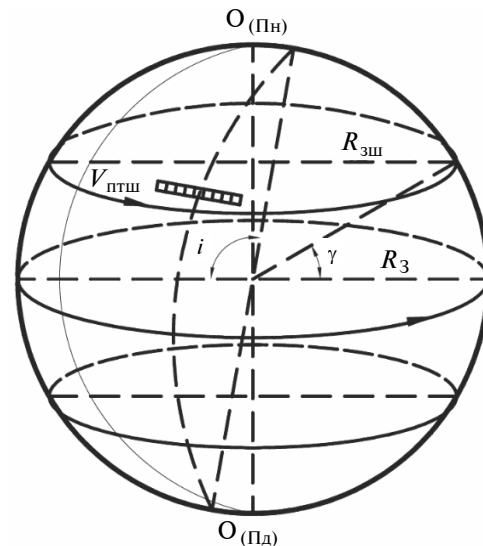


Рис. 2. Кут нахилу сонячно-синхронної орбіти і напрямком обертання Землі

Розрахунки кута нахилу ССО дають такі результати:

при  $h = 400$  км маємо  $i = 97,031^\circ$ ;

при  $h = 668$  км маємо  $i = 98,061^\circ$ ;

при  $h = 800$  км маємо  $i = 98,607^\circ$ .

Звернемо увагу на те, що є помилкові формули, які визначають результуючу  $V_3$  з урахуванням кута ССО. Розглянемо Землю у формі сфери, де при обертанні навколо своєї осі кожна точка (в т.ч. і на поверхні) обертається з однаковою кутовою швидкістю  $\omega_3$ . На відміну від кутової  $\omega_3$ , лінійна  $V_3$  швидкість різна та залежить від знаходження точки, в якій її визначають, тобто від радіуса (відстань від точки, що розглядається, до точки на осі обертання, причому цей відрізок перпендикулярний осі обертання), який залежить від широти  $\gamma$ . Швидкість  $V_3$  на ЗП не може залежати від кута ССО, оскільки це можна інтерпретувати як

зміну позиції спостереження за даною точкою і швидкість Землі не може змінитися залежно від того, під яким кутом спостерігається. Кут ССО впливає лише на складові  $V_3$  – перпендикулярну і паралельну проєкції, які розкладають на відповідні координатні осі (наприклад, на напрямок польоту).

Визначившись із висотами КА, можемо записати швидкість підсупутникової точки за рахунок швидкості КА:

$$V_{КА}(\gamma) = \frac{R_t(\gamma)}{R_0} V_O = \frac{R_t(\gamma)}{R_0} \sqrt{\frac{\mu}{R_0}}. \quad (4)$$

Згідно з рис. 2, зобразимо схематично вектори швидкостей, де за координатні осі візьмемо напрямок польоту КА (рис. 3).

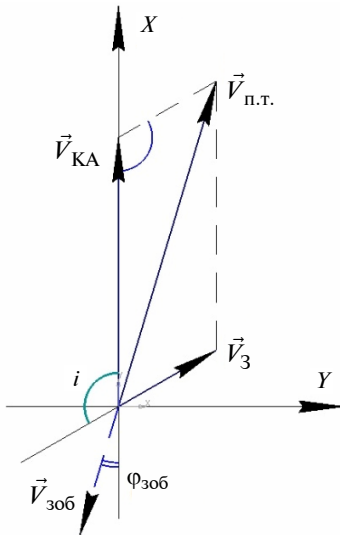


Рис. 3. Складання векторів швидкостей

Вектор швидкості  $\vec{V}_3$  направлений у напрямку вздовж паралелі Землі, вектор  $\vec{V}_{КА}$  направлений уздовж траєкторії орбіти, яка становить кут  $i$  з паралеллю. Зауважимо, що траєкторія ССО завжди має сталий кут із кожною з географічних паралелей Землі і різні кути для кожної з меридіан [16]. Рухаючись по низхідній траєкторії орбіти (з півночі на південь (див. рис. 2)), вектор  $\vec{V}_{КА}$  направлений, як показано на рис. 3. Звернемо увагу на те, що  $\vec{V}_3$  визначається напрямком, при якому КА умовно нерухомий, а його підсупутникова точка рухається по ЗП, а  $\vec{V}_{КА}$  – коли Земля умовно нерухома і підсупутникова точка також рухається по ЗП, тільки в іншому напрямку. Дуже важливо скласти вектори в одній координатній систе-

мі, від яких залежатиме напрямок результуючого вектора  $\vec{V}_{п.т.}$ . На рис. 3 вектор  $\vec{V}_{3об}$  є протилежно напрямленим результуючому вектору швидкості підсупутникової точки  $\vec{V}_{п.т.}$ , тобто цей вектор показує, в якому напрямку зміщуватиметься зображення у фокальній площині об'єктива.

Результуюча швидкість  $V_{п.т.}$  визначається за теоремою косинусів згідно з правилом складання векторів:

$$(V_{п.т.}(\gamma))^2 = (V_{КА}(\gamma))^2 + (V_3(\gamma))^2 - 2V_{КА}(\gamma)V_3(\gamma)\cos(i). \quad (5)$$

Підставимо (1), (3) і (4) у (5):

$$V_{п.т.}(\gamma) = R_t(\gamma) \sqrt{\frac{\mu}{R_0^3} + \omega_3^2 \cos^2(\gamma) + 2\omega_3 \cos(\gamma) \frac{\sqrt{\mu}}{k_3} R_0^2 R_3^{-\frac{7}{2}}}.$$

При цьому швидкість руху зображення у фокальній площині дорівнюватиме

$$V_{3об}(\gamma) = V_{п.т.}(\gamma) \frac{f'_{об}}{H(\gamma)},$$

де  $f'_{об}$  – фокусна відстань об'єктива.

Відзначимо, що коли КА в надирі, то зазвичай ЗП апроксимується площиною, яка паралельна фокальній площині об'єктива. Якщо ж КА відхиляється від надира, то ЗП апроксимується площиною, яка нахилена під деяким кутом відносно фокальної площини [10]. Отже, якщо площина ЗП нахилена під деяким кутом до фокальної площини, то перш за все змінюється швидкість переміщення зображення у фокальній площині. Розглядаючи відстань, яку проходить по траєкторії підсупутникова точка, коли КА в надирі і при деякому куті візування, то швидкість точки у фокальній площині буде тим менша, чим більший кут візування, оскільки в одному випадку точка рухається по прямій, а в іншому – під кутом. Тому необхідно враховувати і кути нахилу апроксимуючої площини по двох координатних осях.

Важливе значення для розрахунку МПФ має і сам кут зміщення зображення відносно напрямку польоту, що вказуватиме, на скільки заміщатиметься центр проєкції першого пікселя (регістра TDI) у колонці відносно наступних елементів, що своєю чергою призводить до так званого “змазу” (розмиття) зображення. Тоді розглянемо проєкції векторів кожної зі швид-

костей, де паралельна складова – це проекція вектора швидкості в напрямку польоту КА, а перпендикулярна – це проекція на вісь поперек напрямку польоту (див. рис. 3):

$$\begin{cases} V_{КА}^{\parallel} = V_{КА}(\gamma), \\ V_{КА}^{\perp} = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} V_3^{\parallel} = -V_3(\gamma) \cos(i), \\ V_3^{\perp} = V_3(\gamma) \sin(i). \end{cases}$$

У результаті кут вектора  $\vec{V}_{п.т.}$  відносно напрямку польоту дорівнюватиме

$$\operatorname{tg}(\varphi_{306}) = \frac{V_{КА}^{\perp} + V_3^{\perp}}{V_{КА}^{\parallel} + V_3^{\parallel}} = \frac{V_3(\gamma) \sin(i)}{V_{КА}(\gamma) - V_3(\gamma) \cos(i)}. \quad (6)$$

Підставимо (2) і (4) у (6):

$$\operatorname{tg}(\varphi_{306}) = \frac{R_0^{1.5} \omega_3 \cos(\gamma) \sin(i)}{\sqrt{\mu} - R_0^{1.5} \omega_3 \cos(\gamma) \cos(i)}.$$

Отже, якщо центр проекції МПВ знаходиться в надирі і колонки МПВ розташовані паралельно напрямку польоту, тоді для того щоб зображення не зміщалося з однієї колонки на іншу, необхідно повернути КА по куту рискування на кут  $\varphi_{306}$ , але це лише для надира.

### Модуляційна передавальна функція атмосфери

МПФ атмосфери визначається двома складовими:

$$MTF_{atm}(v_r) = MTF_{tur}(v_r) \cdot MTF_{aer}(v_r),$$

де  $v_r = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$  – просторова частота в полярній системі координат.

Аерозольна МПФ за рахунок розсіювання і поглинання молекулами і аерозолями [8, 13, 17]:

$$MTF_{aer}(v_r) = \begin{cases} \exp\left[-R\left(\kappa_a + \kappa_s\left(\frac{v_r}{v_A}\right)^2\right)\right] & \text{при } v_r \leq v_A, \\ \exp[-R(\kappa_a + \kappa_s)] & \text{при } v_r > v_A, \end{cases}$$

де  $\kappa_a$  і  $\kappa_s$  – показники ослаблення атмосфери за рахунок поглинання і розсіювання відповідно;  $v_A \approx r_a/\lambda$  – просторова частота зрізу, що апроксимується відношенням середнього радіуса аерозольної частинки до довжини хвилі;  $R$  – зазвичай відстань між об'єктом спостереження і

ТСС, в розглядуваному ж випадку це дорівнюватиме товщині атмосфери Землі, що становить 20–30 км;

МПФ за рахунок турбулентності атмосфери, що являє собою випадкову зміну показника заломлення атмосфери, визначається [8, 17]

$$MTF_{tur}(v_r) = \begin{cases} \exp[-57,53 \cdot v_r^{\frac{5}{3}} C_t^2 \lambda^{-\frac{1}{3}} R] & \text{при } 10^{-3} < t_E < 10^{-2}, \\ \exp\left[-57,53 \cdot v_r^{\frac{5}{3}} C_t^2 \lambda^{-\frac{1}{3}} R \left(1 - \mu \cdot \sqrt{\frac{\lambda v_r}{D_{ob}}}\right)\right] & \text{при } t_E < 10^{-3}, \end{cases}$$

де  $t_E$  – час експозиції пікселя МПВ;  $C_t^2$  – коефіцієнт турбулентності (для “краших” умов спостереження  $1,516 \cdot 10^{-17}$  і для “гірших”  $3,146 \cdot 10^{-15}$ );  $D_{ob}$  – зовнішній діаметр об'єктива.

### Модуляційна передавальна функція об'єктива

Об'єктив є одним із найважливіших компонентів ТСС, який формує зображення скануючої ЗП. МПФ об'єктива визначається дифракційною МПФ і МПФ за рахунок аберацій:

$$MTF_{ob}(v_r) = MTF_{dif}(v_r) \cdot MTF_{ab}(v_r).$$

МПФ дифракційно обмеженого об'єктива із/без екранування [17, 18]:

$$MTF_{dif}(v_r) = \begin{cases} A & \text{при } k_{ob} = 0, \\ \frac{A+B+C}{1-k_{ob}^2} & \text{при } k_{ob} \neq 0, \end{cases}$$

$$v_{r \max} = \frac{D_{ob}}{\lambda f'_{ob}}, \quad X = \frac{v_r}{v_{r \max}}, \quad Y = \frac{X}{k_{ob}},$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{1+k_{ob}^2-4X^2}{2k_{ob}}\right),$$

$$\beta = \arccos(X),$$

$$A = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(\beta - X \cdot \sin(\beta)) & \text{при } 0 \leq X \leq 1, \\ 0 & \text{при } X > 1, \end{cases}$$

$$\gamma = \arccos(Y),$$

$$B = \begin{cases} \frac{2k_{ob}^2}{\pi}(\gamma - Y \cdot \sin(\gamma)) & \text{при } 0 \leq Y \leq 1, \\ 0 & \text{при } Y > 1, \end{cases}$$

$$C =$$

$$= \begin{cases} -2k_{ob}^2 & \text{при } 0 < X \leq 0,5(1 - k_{ob}), \\ 0 & \text{при } X > 0,5(1 + k_{ob}), \\ \frac{2k_{ob}}{\pi} \sin(\alpha) - \frac{2(1 - k_{ob}^2)}{\pi} \arctg\left(\frac{1 + k_{ob}}{1 - k_{ob}} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) + \dots & \\ \dots + \frac{1 + k_{ob}^2}{\pi} \alpha - 2k_{ob}^2 & \\ \text{при } 0,5(1 - k_{ob}) < X \leq 0,5(1 + k_{ob}), & \end{cases}$$

де  $k_{ob} = d_{ob}/D_{ob}$  – коефіцієнт екранування об'єктива, відношення внутрішнього діаметра об'єктива до зовнішнього.

Оптичне погіршення (вплив аберацій) моделюється як оптичний якісний коефіцієнт (ОҚФ) МПФ [1, 17]. Загальна модель для ОҚФ отримана Шаноном:

$$MTF_{ab,S}(v_r) = \begin{cases} 1 - A_{ab} \cdot W_{RMS}^2 \left( 1 - 4 \left( \frac{v_r}{v_{r,max}} - \frac{1}{2} \right) \right) & \text{при } 0 \leq v_r \leq v_{r,max}, \\ 0 & \text{при } v_r > v_{r,max}, \end{cases}$$

де  $W_{RMS}$  – середньоквадратичне відхилення аберацій хвильового фронту в довжинах хвиль, за критерієм Марешаля  $(0-0,07)\lambda$  – для ідеальної системи,  $(0,07-0,15)\lambda$  – для систем, які найчастіше зустрічаються, і  $(0,15-0,2)\lambda$  – для геометричних систем;  $A_{ab}$  – стала в діапазоні 30–32, зазвичай покладають 31 або  $(1/0,18)^2$ .

### Модуляційна передавальна функція матричного приймача випромінювання

МПФ приймача випромінювання описують добутком двох функцій – просторової МПФ (обумовленої геометричною формою) і часової (обумовленої інерційністю приймача):

$$MTF_D(v_x, v_y) = MTF_{D_s}(v_x, v_y) \cdot MTF_{D_t} \approx MTF_{D_s}(v_x, v_y).$$

Часова МПФ (МПФ низькочастотного фільтра) (зазвичай  $\sim 1$ ) [8, 13]:

$$MTF_{D_t} = [1 + (2\pi t_D f)^2]^{-0,5},$$

де  $t_D$  – стала часу приймача;  $f$  – часова частота модуляції потоку випромінювання.

У [19] наголошується, що розрахунок МПФ (обумовленої геометричною формою) лише за рахунок періоду пікселів є невірним, тобто не повним. На МПФ впливає як активна частина пікселя, так і період їх розташування. Дискретна МПФ еквівалентна середньому значенню МПФ, яке могло б бути реалізовано для сукупності джерел розташування, однорідно розподілених відносно дискретного розташування, тобто вона є середнім усіх можливих МПФ. Тому геометрична МПФ приймача становить

$$MTF_{D_s}(v_x, v_y) = MTF_{fp}(v_x, v_y) MTF_{samp}(v_x, v_y).$$

МПФ за рахунок активної частини пікселя визначається як

$$MTF_{fp}(v_x, v_y) = |\operatorname{sinc}(v_x w_D, v_y v_D)|,$$

де  $v_D \times w_D$  – розмір чутливого елемента пікселя;  $\operatorname{sinc}(x) = \operatorname{sinc}(\pi x)/(\pi x)$  – кардинальний синус при  $\operatorname{sinc}(0) = 1$ .

Примітка щодо спрощення запису:

$$f(a, b) = f(a) \cdot f(b).$$

МПФ за рахунок періоду пікселів для нескануючого МПВ:

$$MTF_{samp}(v_x, v_y) = |\operatorname{sinc}(v_x W_D, v_y V_D)|, \quad (7)$$

де  $V_D \times W_D$  – період чутливих елементів у колонках і рядках.

### Модуляційна передавальна функція фазового розташування об'єкта

Через дискретність розміру пікселів МПВ “тест-об'єкт” із косинусним розподілом освітленості може розташовуватись довільно відносно центра пікселя. При цьому максимум і мінімум освітленості на пікселях від світлої до темної полоси будуть змінюватись, що призводить до зменшення контрасту зображення, причому “тест-об'єкти” із різною просторовою частотою  $v_{x,y}$  матимуть і різні падіння контрасту. Максимальний контраст на частоті Найквіста  $v_N = 0,5/w_D$  досягається за умови, коли кож-

ному пікселю МПВ відповідатиме максимум або мінімум розподілу освітленості. Вплив фазового зсуву “тест-об’єкта” відносно центра пікселя визначається [2, 19]

$$MTF_{ph}(v_x, v_y) = |\cos(2\pi v_x(0,25 \cdot W_D), 2\pi v_y(0,25 \cdot V_D))|. \quad (8)$$

Чверть пікселя ( $\Delta y = 0,25w_D$ ) (рис. 4) – це математичне сподівання рівномірно розподіленої величини, що відповідає середньому значенню інтервалу можливих значень цієї величини. Зауважимо, що для розрахунку сумарної МПФ необхідно використовувати або (7), або (8), оскільки це практично одне і те ж, тільки в різних інтерпретаціях, де в одному іде розрахунок по заданому математичному сподіванню (8), а в іншому випадку береться середнє однорідно розподілене значення (7).

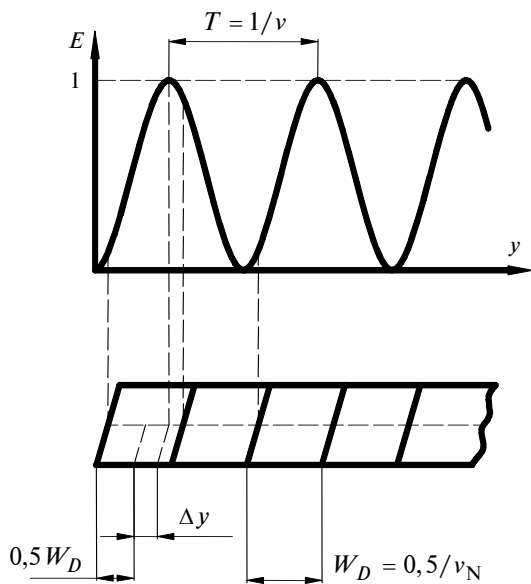


Рис. 4. Фазовий зсув “тест-об’єкта”

**Модуляційна передавальна функція за рахунок вібрацій**

На борту будь-якого літального апарата, в т.ч. і на КА, наявні вібрації, які призводять до періодичного зміщення зображення на МПВ. Коливання КА відбувається за гармонічним законом, а їх траєкторія описується за формулою

$$d(t) = 0,5b \cdot \cos(\omega t),$$

де  $\omega$  – циклічна частота;  $0,5b$  – амплітуда коливань.

Амплітуда коливань на МПВ залежно від пікселя, який розглядається, визначається формулою

$$b_{x,y} = 0,5f'_{ob} (\text{tg}(W_{x,y} + \sigma_v) - \text{tg}(W_{x,y} - \sigma_v)),$$

де  $W_{x,y}$  – розташування пікселя в кутових координатах [8, 9];  $\sigma_v$  – кутова амплітуда коливань (наприклад, 0,2 кут.с).

Якщо період коливань менше від часу експозиції, то МПФ за рахунок вібрацій визначається [19]

$$MTF_{vib}(v_x, v_y) = |J_0(2\pi v_x b_x, 2\pi v_y b_y)|,$$

де  $J_0(x)$  – функція Бесселя нульового порядку.

**Модуляційна передавальна функція за рахунок “зміщення”**

КА, перебуваючи на ССО, має практично постійну швидкість  $V_{п.т.}$ , тому за час  $t_E$  відбувається зміщення зображення у фокальній площині. З урахуванням того, що колонки проєкції МПВ на ЗП не завжди паралельні вектору  $\vec{V}_{п.т.}$ , необхідно врахувати проєкцію  $\vec{V}_{п.т.}$  (або  $\vec{V}_{зоб}$ ) на відповідну колонку. Щоб розрахувати проєкцію вектора  $\vec{V}_{п.т.}$  на колонку, необхідно знайти кут між колонкою і самим вектором (рис. 5).

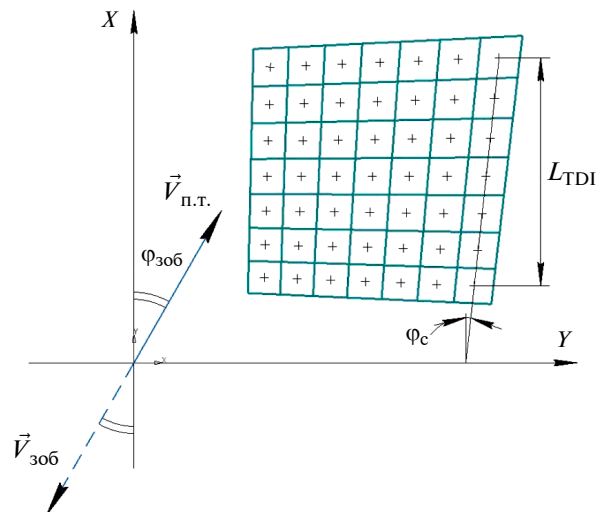


Рис. 5. Проєкція вектора швидкості на колонку

Кути нахилу колонок  $\phi_c$  тим більше відрізняються, чим більше КА відхилений від надира, і розраховуються в [10]. Також важливо врахувати і те, що при відхиленні від надира

КА для визначення проекції враховується і кривизна Землі. В статті [10] запропоновано враховувати кривизну апроксимованою дотичною площиною до точки проекції центра МПВ на ЗП. Утворена апроксимована площина утворює двогранний кут із площиною в точці надирі, з якого розраховуються додаткові відхилення по тангажу  $\Delta\theta$  і крену  $\Delta\phi$ , які слугують для уточнення кутів  $\theta$  і  $\phi$ , що опираються на вибрану площину. Отже, якщо КА в надирі, то площина сканування ЗП і фокальна площина паралельні, якщо ж КА відхилений від надирі, то утворений двогранний кут зменшує швидкість переміщення зображення деякої вибраної точки на ЗП. У результаті зображення в площині МПВ зміститься на величину

$$\Delta X_{zm} = V_D \frac{t_{str} k_{es} V_{п.т.} (N_{TDI} - 1)}{L_{TDI}} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) \cos(\theta), \quad (9)$$

де  $t_{str}$  – час формування рядка;  $k_{es}$  – коефіцієнт відношення часу експозиції  $t_E$  до часу  $t_{str}$  (зазвичай 0,9–1);  $L_{TDI}$  – проекція відстані на напрямку польоту між центрами першого і останнього регістра TDI відповідної колонки (див. рис. 5).

У результаті, знайшовши зміщення (9), можемо розрахувати МПФ [2]:

$$MTF_{zm}(v_x) = |\text{sinc}(v_x \cdot \Delta X_{zm})|. \quad (10)$$

### Модуляційна передавальна функція за рахунок нестабільності положення осі космічного апарата

У процесі польоту КА орієнтація його осі з різних причин може відхилитися. Наприклад, через особливості орієнтації супутника в польоті навколо небесного тіла з вимогою додаткового довороту, щоб витримати певний кут між площиною МПВ і деякою площиною Землі. Нестабільність положення осі  $\omega_{x,y}$  описують кутовою швидкістю зміщення осі в напрямку і перпендикулярно польоту відповідно (наприклад  $0,002^\circ/\text{с}$ ).

Зміщення за рахунок  $\omega_{x,y}$  дорівнює

$$\begin{cases} \Delta X_\omega = f'_{ob} (\text{tg}(W_x + t_{str} \omega_x N_{TDI}) - \text{tg}(W_x)), \\ \Delta Y_\omega = f'_{ob} (\text{tg}(W_y + t_{str} \omega_y N_{TDI}) - \text{tg}(W_y)). \end{cases}$$

МПФ за рахунок нестабільності положення осі КА [2]:

$$MTF_\omega(v_x, v_y) = |\text{sinc}(v_x \cdot \Delta X_\omega, v_y \cdot \Delta Y_\omega)|.$$

### Модуляційна передавальна функція за рахунок нестабільності висоти космічного апарата

Одним із важливих параметрів при скануванні ЗП є висота КА  $H$  (2), від якої залежить швидкість підсупутникової точки  $V_{п.т.}$ . У цьому випадку не розглядається зміна орбітальної висоти  $h$  (див. рис. 1), оскільки б це призвело до зміни кута ССО, тобто траєкторії польоту КА. Також не розглядається варіант зміни  $H$  за рахунок зміни КА широти  $\gamma$ , оскільки для цього необхідно задаватися початковим і кінцевим її значеннями. Це дасть змогу отримати різницю широт  $\Delta\gamma$ , та навіть за однакової  $\Delta\gamma$ , але для різних початкових широт матимемо різні різниці висот  $\Delta H$ . Тому найбільш правильним варіантом буде розглядати КА на заданій широті  $\gamma$ , із заданою траєкторією польоту, тобто розташування КА в деякій точці, а  $\Delta H$  інтерпретувати як можливу зміну висоти за рахунок ландшафту. Тобто таким чином враховується квазігеоїдність форми Землі [14, 15]. Різниця швидкостей у фокальній площині:

$$\Delta V_{зоб} = \frac{f'_{ob} \cdot V_{п.т.} \cdot \Delta H}{H(H + \Delta H)}.$$

Середнє зміщення зображення в площині МПВ відносно центра пікселя:

$$\begin{aligned} \Delta S_{зоб}^{\parallel} &= \\ &= 0,5 \cdot t_{str} N_{TDI} \cdot \Delta V_{зоб} \cdot \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) \cos(\theta). \end{aligned}$$

МПФ за рахунок нестабільності висоти дорівнює [1]

$$MTF_h(v_x) = |\cos(2\pi v_x \cdot \Delta S_{зоб}^{\parallel})|. \quad (11)$$

Оскільки перпендикулярна складова швидкості  $V_{п.т.}$  значно менша від паралельної (в напрямку польоту), то зміщення по координаті  $Oy$  можна не враховувати.

### Модуляційна передавальна функція за рахунок обертання Землі

Земля обертається із кутовою швидкістю  $\omega_3$ , що своєю чергою призводить до зміщення зображення поперек напрямку польоту. Крім того, що на зміщення впливає обертання Землі, ще необхідно додатково врахувати і відхилення колонок, що може як компенсувати змі-



щення, так і збільшувати його для кожної колонки по-різному залежно від того, наскільки великий кут нахилу КА від надира. Зручніше показати цей принцип на висхідній траєкторії орбіти (рух КА з півдня на північ) (рис. 6).

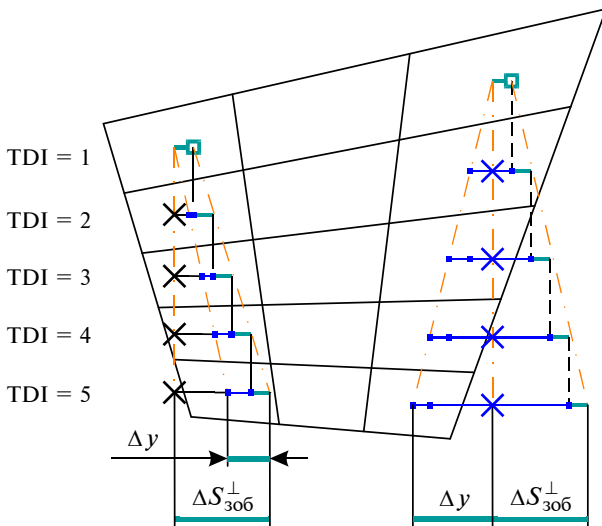


Рис. 6. Зміщення за рахунок обертання Землі по висхідній траєкторії орбіти

На рис. 6  $\Delta y$  є зміщенням за рахунок нахилу проєкції колонки на ЗП, а  $\Delta S_{306}^{\perp}$  – зміщення за рахунок обертання Землі.

Зміщення зображення в площині МПВ за рахунок обертання Землі:

$$\Delta S_{306}^{\perp} = t_{\text{str}}(N_{\text{TDI}} - 1) V_{306} \cdot \sin(\varphi_{306}) \cos(\phi). \quad (12)$$

Різниця координат між центрами першого і останнього TDI при проєціюванні на напрямки, перпендикулярний польоту:

$$\Delta y = t_{\text{str}}(N_{\text{TDI}} - 1) \times V_{306} \cdot \cos(\varphi_{306} - \varphi_c) \cos(\phi) \operatorname{tg}(\varphi_c). \quad (13)$$

Зменшення МПФ за рахунок поперечного зміщення [2]:

$$MTF_E(v_y) = |\operatorname{sinc}(v_y(\Delta y - \Delta S_{306}^{\perp}))|. \quad (14)$$

#### Модуляційна передавальна функція при зйомці зі змінними кутами

Інколи виникає потреба сканувати об'єкт на ЗП, який не знаходиться в полі зору, але об'єкт доволі близько. Щоб не марнувати час (щоб дочекатись моменту, коли об'єкт потрапить на відповідний виток траєкторії сканування) і ресурси, а інколи і на вимогу негайного сканування чи навіть слідкування, необхідно

додатково примусово відхиляти КА по крену з деякою кутною швидкістю  $\omega_{\phi}$ .

Зміщення за рахунок примусового довороту по крену:

$$\Delta Y_{\phi} = f'_{\text{ob}}(\operatorname{tg}(W_y + t_{\text{str}} \omega_{\phi} N_{\text{TDI}}) - \operatorname{tg}(W_y)). \quad (15)$$

Зменшення МПФ за рахунок примусового довороту [2]:

$$MTF_{\phi}(v_y) = |\operatorname{sinc}(v_y \cdot \Delta Y_{\phi})|. \quad (16)$$

Згідно з теорією імовірності, залежні події повинні перемножуватись, а незалежні додаватися. Формула (15) – це додаткове зміщення поперек польоту, який правильно буде врахувати у формулі (14), оскільки всі три події (12), (13) і (15) незалежні, отже, вони мають сумуватись. Тоді (16) не враховуватиметься в результуючій МПФ, а слугуватиме лише для довідкової інформації. З урахуванням сказаного вище і (15) МПФ (14) матиме вигляд

$$MTF_E(v_y) = |\operatorname{sinc}(v_y(\Delta y - \Delta S_{306}^{\perp} + \Delta Y_{\phi}))|. \quad (17)$$

#### Модуляційна передавальна функція при відхиленні візирної осі від надира

Подібно до примусового довороту по крену  $\omega_{\phi}$  користуються і примусовим доворотом по тангажу  $\omega_{\theta}$ . Доворот по тангажу використовують не тільки для спостереження за об'єктом на ЗП, але й для компенсації погіршення контрасту зображення. Згідно з [9, 10], при відхиленні КА від надира геометрична проєкція збільшується, причому розміри всіх елементів різні, особливо на МПВ з великою кількістю пікселів і при аналізі крайніх елементів. Услід за цим, якщо кожен піксель збільшується на свою величину, то це означає, що відстані між проєкціями крайніх регістрів TDI для кожної колонки різні  $L_{\text{TDI}}$  (див. рис. 5).

Спочатку розглянемо відхилення лише по тангажу. Відхиляючись по тангажу, проєкції відстаней (між крайніми елементами TDI) на координатну вісь у напрямку польоту однакові, але відрізняються від тієї, яка була в надирі. Крім цієї відмінності, ще один фактор, який зумовлює погіршення зображення, – це характеристики самого МПВ, насамперед це його частота – частота формування рядка  $f_{\text{str}} = 1/t_{\text{str}}$ . Частоту рядка в сучасних приймачах можна змінювати, але з недостатньо малими кроками і в обмеженому діапазоні. Принцип погіршен-

ня зображення полягає в тому, що приймач настроєний, наприклад, на деяку частоту  $f_{str}$ , виходячи з цього при заданій частоті ми можемо розрахувати відстань, яку пройде підсупутникова точка за час, який проходить інформація від першого до останнього регістра TDI в одній колонці:

$$L_{det} = t_{str} V_{п.т.} (N_{TDI} - 1) = \frac{V_{п.т.} (N_{TDI} - 1)}{f_{str} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) \cos(\theta)}.$$

Проекція ж відповідної колонки має свою відстань  $L_{TDI}$ . У результаті відмінності двох довжин  $\Delta L = L_{TDI} - L_{det}$  маємо зміщення, яке поступово наростає від другого до останнього елемента. Таке зміщення означає, що центр проекції попереднього пікселя не збігається з центром проекції, який сканується в поточний момент через причину ранішого або пізнішого ввімкнення сканування. Отже, для того щоб компенсувати різницю  $\Delta L$ , використовують примусовий доворот по тангажу, де залежно від знака  $\Delta L$  відхиляють у відповідному напрямку.

Розглядаючи ж відхилення КА за тангажем і креном (навіть не беручи до уваги кут рискування), як говорилося вище, для кожної колонки маємо різну  $L_{TDI}$ . За доволі великої кількості елементів і при невеликих відхиленнях за кутами візування матимемо значну відмінність для  $L_{TDI}$ . Зазвичай доворот  $\omega_\theta$  підбирають по проекції центральних колонок і виходячи із паспортних даних частоти  $f_{str}$ , її кроку та діапазону. На сьогодні не вирішено питання компенсації погіршення зображення через відмінність  $L_{TDI}$  відносно центральної колонки, але розроблена модель дає змогу оцінити, на скільки зменшується якість зображення при віддаленні від центральної колонки.

Зміна відстані  $L_{TDI}$  за рахунок примусового довороту дорівнює

$$\Delta X_\theta = 2f'_{ob} \operatorname{tg} \left( 0,5 t_{str} \omega_\theta (N_{TDI} - 1) + \operatorname{arctg} \left( \frac{V_D (N_{TDI} - 1)}{2f'_{ob}} \right) \right) - V_D (N_{TDI} - 1). \quad (18)$$

Середня швидкість зображення у фокальній площині відносно проекції вибраної колонки:

$$\bar{V}_{зоб} = V_D \frac{V_{п.т.} (N_{TDI} - 1)}{L_{TDI}} \cos(\varphi_{зоб} - \varphi_c) \cos(\theta).$$

Швидкість переміщення інформації під час зчитування по TDI за рахунок заданої частоти:

$$V_{TDI} = v_D f_{str}.$$

Різниця швидкостей між необхідною (для того, щоб центри збігалися, тобто  $\Delta L = 0$ ) і установленою робочою швидкістю передачі інформації між елементами:

$$\Delta V_f = \bar{V}_{зоб} - V_{TDI}.$$

Різниця відстаней за рахунок  $\Delta V_f$  у площині МПВ становитиме

$$\Delta S_f = \Delta V_f \cdot t_{str} (N_{TDI} - 1).$$

Середнє зміщення зображення в площині МПВ з урахуванням (18):

$$\bar{S}_f = 0,5(\Delta S_f - \Delta X_\theta). \quad (19)$$

Величина зміни МПФ при відхиленні від надира визначається як [2]

$$MTF_\theta(v_x) = |\cos(2\pi v_x \cdot \bar{S}_f)|.$$

Зауважимо, що, подібно до (17), додатковий доворот впливає і на МПФ за рахунок зміщення при експозиції (10). Оскільки ці процеси незалежні, то (10) переписеться у вигляді

$$MTF_{zm}(v_x) = \left| \operatorname{sinc} \left( v_x \left( \Delta X_{zm} - \frac{\Delta X_\theta}{(N_{TDI} - 1)} \right) \right) \right|.$$

Згідно з (18) і (19), доворот по тангажу дорівнює:

$$\omega_\theta = \frac{2f_{str}}{(N_{TDI} - 1)} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{\Delta S_f + V_D (N_{TDI} - 1)}{2f'_{ob}} \right) - \operatorname{arctg} \left( \frac{V_D (N_{TDI} - 1)}{2f'_{ob}} \right) \right].$$

Припускаючи, що  $\Delta S_f < V_D (N_{TDI} - 1)$ , отримаємо

$$\omega_\theta = \frac{2f_{str}}{(N_{TDI} - 1)} \times \operatorname{arctg} \left( \frac{2\Delta S_f f'_{ob}}{4f'_{ob}{}^2 + V_D (N_{TDI} - 1)(\Delta S_f + V_D (N_{TDI} - 1))} \right).$$

### Модуляційна передавальна функція сканера космічного апарата і оптимізація

Розглянувши кожну складову оптико-електронного тракту, в результаті можемо записати результуючу МПФ усього тракту:

– у напрямку польоту:

$$MTF_{\Sigma x}(v_x) = MTF_{atm}(v_x) MTF_{ob}(v_x) \times \\ \times MTF_D(v_x) MTF_{ph}(v_x) MTF_{vib}(v_x) MTF_{zm}(v_x) \times \\ \times MTF_{\omega}(v_x) MTF_h(v_x) MTF_{\theta}(v_x); \quad (20)$$

– поперек польоту:

$$MTF_{\Sigma y}(v_y) = MTF_{atm}(v_y) MTF_{ob}(v_y) \times \\ \times MTF_D(v_y) MTF_{ph}(v_y) MTF_{vib}(v_y) \times \\ \times MTF_{\omega}(v_y) MTF_E(v_y). \quad (21)$$

Отже, аналізуючи (20) і (21), можна помітити, що якість зображення залежить від багатьох параметрів, але основну увагу необхідно звернути на зменшення МПФ за рахунок відхилень колонок на різні кути  $\varphi_c$ . Дослідження за результуючими МПФ показали, що чим більша різниця між  $\varphi_{306}$  і  $\varphi_c$ , тим більше зменшення МПФ. Аналіз результатів дав змогу зробити висновок, що результуючу МПФ можна збільшити за рахунок додаткового довороту за кутом рискання  $\psi$ . Зауважимо, що залежність величин зміни рискання і зміни для  $\varphi_c$  навіть центральної колонки (при кутах візування) є нелінійною, тому, в цьому випадку, це вимагає математичної оптимізації. За невеликої кількості елементів МПВ можна оптимізувати по центральній колонці, але якщо кількість елементів доволі значна (особливо в рядку), то в цьому випадку необхідно проводити оптимізацію, включаючи і крайні колонки з обох боків. Якщо не брати до уваги інші параметри, то оптимізація являє собою знаходження такого довороту по  $\psi$ , при якому різниці кутів колонок  $\varphi_c$  із  $\varphi_{306}$  мінімізуюватимуться, а оціночною функцією є результуюча МПФ, яка повинна максимізуватися.

З урахуванням сказаного вище вже можна зробити оптимізацію, але така оптимізація буде справедлива лише для однієї точки координат знаходження КА або ж деякого невеликого діапазону, в якому зміна деяких параметрів (при польоті) не сильно впливає на результуючу МПФ. Глобальна задача вимагає сканувати доволі-таки протяжні території, що означатиме

суттєву зміну географічної широти, а точніше збільшення діапазону зйомки  $\Delta\gamma$ . Оскільки змінюється широта, то змінюються і параметри, і необхідно змінювати  $\psi$  для підвищення МПФ. Щоб зберегти якість зображення у всьому діапазоні  $\Delta\gamma$  максимальною, спочатку можна зробити оптимізацію для початкової широти  $\gamma_1$  (з якої починатиметься сканування) і без зміни будь-яких параметрів оцінити, як змінюватиметься результуюча МПФ залежно від зміни  $\gamma$  (з певним кроком) до широти  $\gamma_2$ . У результаті ми отримуємо безліч графіків результуючих МПФ, що не дуже зручно, тому пропонується скористатися ефективною просторовою смугою пропускання ТСС [20]:

$$\begin{cases} \Delta v_{eff.x} = v_{N.x} \cdot MTF_{\Sigma x}(v_{N.x}), \\ \Delta v_{eff.y} = v_{N.y} \cdot MTF_{\Sigma y}(v_{N.y}), \end{cases}$$

де  $v_N$  – просторові частоти Найквіста по відповідних координатах.

Ефективну просторову смугу пропускання  $\Delta v_{eff}$  можна використовувати як критерій оцінки якості зображення ТСС КА. Маючи одне значення  $\Delta v_{eff}$  для відповідно деякої  $\gamma$ , можна побудувати графік залежності  $\Delta v_{eff}(\gamma)$ . За допомогою графіка  $\Delta v_{eff}(\gamma)$  можна встановити, з яким кроком “зміни широти” чи через який “час польоту” необхідно проводити оптимізацію для забезпечення якості зображення з певним відхиленням  $\Delta MTF_{\Sigma}$ .

Як говорилося вище, форма Землі являє собою квазігеоїд [14, 15], і вже існують створені карти відхилення висот від деякої простої форми фігури Землі, такі як WGS84, GRS80, IERS96 та інші. Розрахувавши траєкторію польоту, тобто набір координат, по яких рухатиметься КА, по цих координатах можна знайти зміну висот  $\Delta H$ . Знаючи зміну  $\Delta H$ , можна точно розрахувати МПФ за рахунок нестабільності висоти (11), у результаті чого отримуємо достовірнішу результуючу МПФ для подальшої оптимізації та покращення якості зображення.

### Приклади розрахунку модуляційної передавальної функції

Сканер КА для ДЗЗ знаходиться на ССО з орбітальною висотою в  $h = 490$  [км], кут нахилу якої  $i_{or} = 97,366^\circ$ ; коефіцієнт турбулентності атмосфери для “кращих” умов; ОС має фокусну відстань  $f'_{ob} = 2260$  [мм], діаметр об'єктива

без екранування  $D_{об} = 226$  [мм]; приймачем випромінювання слугує ПЗЗ-лінійка, в якій  $q_D = 12288$  [пікселів] і  $p_D = N_{TDI} = 128$  [регістрів], період пікселів становить  $V_D \times W_D = 8,75 \times 8,75$  [мкм], коефіцієнт заповнення пікселя 100 %; центр приймача знаходиться на оптичній осі; порядок відхилення за кутами “тангаж–крен”; довжина хвилі  $\lambda = 555$  [нм], земна широта розташування КА  $\gamma = 50^\circ$ .

Примітка. Нумерація, пікселів прив’язана до розташування їх проєкцій на ЗП відносно напрямку польоту. Порядок нумерації “(i, j)”: для колонок “i” – знизу доверху, а для рядків “j” – зліва направо. Опустимо аналіз кожної складової МПФ, які входять у МПФ всього тракту, тобто не враховуватимемо впливу вібрацій, нестабільності осі та висоти і т.д., що є

доволі простим, а аналізуватимемо результуючу МПФ, звертаючи увагу на вплив на рахунок відхилення осі візування від надира.

Сучасні ПЗЗ-лінійки мають можливість регульованого вибору вихідного регістра зчитування (ВРЗ) сигналу. Основна задача в регулюванні ВРЗ полягає в тому, що сканування починається з першого TDI-регістра і накопичений сигнал можна зчитати із, наприклад, 16-, або 32-, або 64-го рядка. Таким чином, можна регулювати енергетичну складову (керувати кількістю отриманого потоку від сканованої області), тобто якщо отримуване зображення доволі темне, то перемикаються, наприклад, із 32 на 64 регістри, або якщо воно занадто яскраве – то із 32 на 16.

На рис. 7 розглядається МПФ (21). У цьому випадку  $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$  і  $\psi = 0^\circ$ .

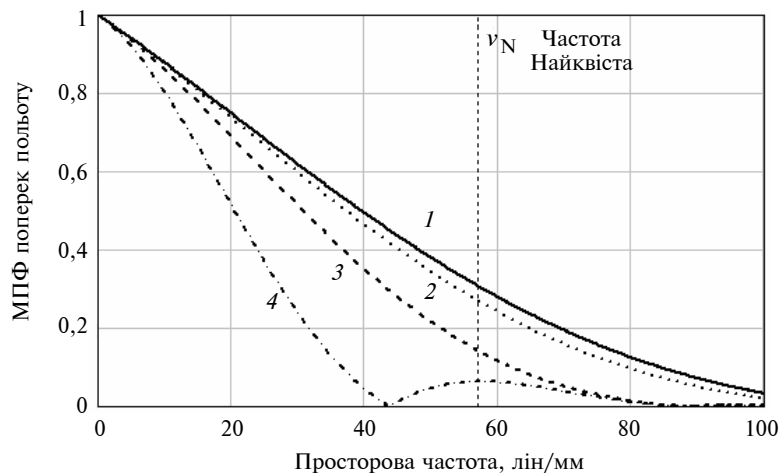


Рис. 7. Залежність модуляційної передавальної функції від номера вихідного регістра зчитування: 1 – i = 8 регістрів TDI, 2 – i = 16, 3 – i = 32, 4 – i = 64

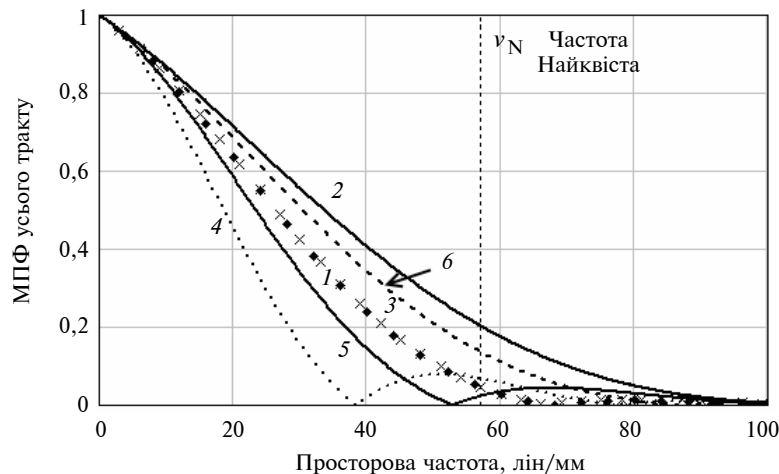


Рис. 8. Залежність модуляційної передавальної функції від номера скануючої колонки без оптимізації: 1 – МПФ (20) для 1-ї колонки; 2 – МПФ (20) для 6144-ї колонки; 3 – МПФ (20) для 12288-ї колонки; 4 – МПФ (21) для 1-ї колонки; 5 – МПФ (21) для 6144-ї колонки; 6 – МПФ (21) для 12288-ї колонки

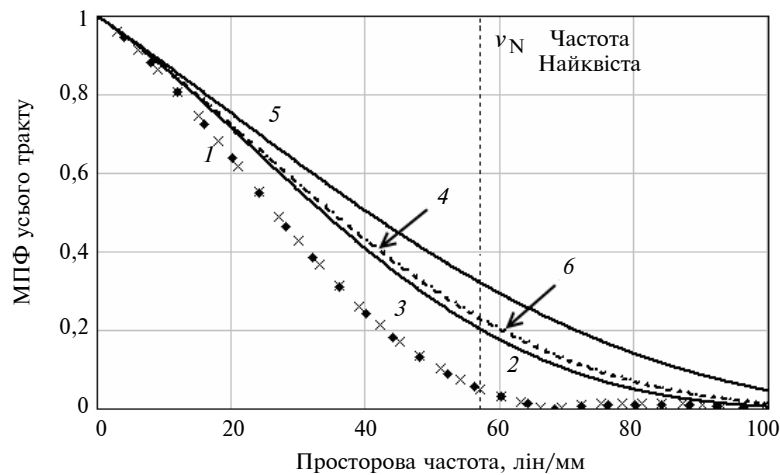


Рис. 9. Залежність модуляційної передавальної функції від номера скануючої колонки з оптимізацією

У випадку, зображеному на рис. 8, використовуються 32 регістри TDI,  $\theta = 35^\circ$ ,  $\varphi = 35^\circ$  і  $\psi = 0^\circ$ , тобто без оптимізації. На графіку криві 1 і 3 збігаються.

На рис. 9 аналогічно рис. 8, зображені ті самі криві, але з оптимізацією, тобто визначеним необхідним кутом рискання  $\psi = 2,232^\circ$  (кутом довороту), при тому що  $\varphi_{\text{зоб}} = 2,377^\circ$  (кут азимута). Зауважимо, що для рис. 8 частота сканування для приймача по центральній колонці (№ 6144)  $f_{\text{str}} = 1771,53$  [Гц], а для рис. 9 її необхідно змінити на  $f_{\text{str}} = 1746,26$  [Гц], щоб не погіршилась МПФ (20). На графіку криві 1 і 3 та 4 і 6 збігаються.

### Висновки

Сучасні сканери мають можливість змінювати вісь візування КА при ДЗЗ, але водночас важливим недоліком є відсутність науково-технічної літератури, в якій були б описані повноцінні фізико-математичні моделі визначення МПФ. Зауважимо, що МПФ є не лише якісною оцінкою отриманого зображення, а й перш за все критерієм вибору відповідних елементів оптико-електронної системи з оптимальними характеристиками, що своєю чергою дасть змогу узгодити об'єктив і МПВ. Прикладом цього слугує рис. 7, на якому показана залежність МПФ від кількості вибраних регістрів TDI. На цьому графіку зображено приклад для узгодження енергетики з просторовим розділенням, тобто при збільшенні кількості TDI збільшуються кількість світлового потоку (необхідного для чіткості зображення), а також відношення сигнал/шум, але, з урахуванням траєкторії руху зображення у фокальній площині,

одночасно збільшується і поперечний зсув зображення відносно колонки, що призводить до погіршення роздільної здатності. Також можна помітити, що зменшення TDI не дає істотного підвищення МПФ, тобто використання більш дорогих МПВ з вищою чутливістю, але з меншою кількістю TDI не є доцільним, оскільки в цьому випадку якісь обмежується оптикою об'єктива та періодом пікселів.

Аналіз рис. 8 і 9 засвідчує необхідність узгодження частоти сканування МПВ  $f_{\text{str}}$  зі швидкістю переміщення зображення на МПВ. Розглядаючи криві, маємо, що найбільша МПФ для кривої 2, оскільки частота сканування узгоджена з проекцією центральної колонки. Криві 1 і 3 є практично симетричними, і різниця майже не помітна, але їх МПФ гірша від 2, оскільки їх проекції для 1 менші від 2 (сканування відбувається пізніше від визначеної області, яку охоплює проекція одного елемента), а для 3 більші (сканування раніше від визначеної області). Щодо кривих 4–6, то помітне суттєве покращення МПФ після оптимізації (див. рис. 9), спричинене мінімізацією кута між вектором руху зображення і кутами нахилу колонок. Крива 5 оцінює центральну колонку, яка має найкращу МПФ, оскільки різниця кутів є найменшою і дорівнює нулю.

Важливо звернути увагу на те, що криві 4–6 (див. рис. 8) характеризують несиметричність погіршення якості зображення відносно його центра, тобто найбільша якість спостерігатиметься в правій частині зображення. На рис. 9, для цих же кривих, вдалося не тільки підвищити якість, а й центрувати її (уздовж рядків). Центрування якості зображення призводить до поліпшення сприйняття інформації

користувачем, що є дуже важливим для швидкого прийняття необхідних рішень у певних критичних ситуаціях. Ще одним важливим фактором, який впливає на сприйняття зображення, необхідно виділити осе-симетричність розподілення якості зображення відносно його центра, тобто зменшення проміжку між прямими, наприклад 2 і 5. Необхідність зменшення проміжку по горизонталі та вертикалі пояснюється тим, що якщо ми маємо чудову якість по горизонталі та суттєво гіршу по вертикалі, то кінцеве сприйняття оцінюватиметься по гіршому МПФ. Як аналог цього випадку можна

навести зображення, яке початково мало однакову роздільну здатність по обох координатах, а потім його сильно розтягнули по одній з осей.

У подальших дослідженнях доцільно виявити параметри, які найбільше впливають на якість зображення, оцінити їх вплив на МПФ і ЛРМ, і на основі отриманих результатів показати приклади погіршення зображення тестових об'єктів (штрихових мір) при проходженні через систему на основі теорії формування зображення оптичною системою з використанням Фур'є-перетворень.

### References

- [1] *Mathematical Models for Remote Sensing Image Processing. Models and Methods for the Analysis of 2D Satellite and Aerial Images*, G. Moser and J. Zerubia, eds. Springer, 2018, 441 p. doi: 10.1007/978-3-319-66330-2
- [2] V.M. Tiagur, "The resolution of the optical systems of space multispectral images of remote sensing of the Earth", Ph.D. dissertation, Department of Optical and Optoelectronic Devices, NTUU KPI, Kyiv, Ukraine, 2008.
- [3] R.J. Schott, *Remote Sensing: The Image Chain Approach*, 2nd ed. Oxford, UK: Oxford University Press, 2007, 701 p.
- [4] I. Dowman *et al.*, *High Resolution Optical Satellite Imagery*. Dunbeath, Scotland: Whittles Publishing, 2012, 230 p.
- [5] V.G. Kolobrodov *et al.*, "Spaceborne linear array imager's spatial resolution for arbitrary viewing angles", *Proc. SPIE*, vol. 10445, pp. 104450J-1–104450J-9, 2017. doi: 10.1117/12.2280909
- [6] Qin Deng *et al.*, "Study on MTF of remote sensing imaging under arbitrary known vibration", *Proc. SPIE*, vol. 8420, pp. 84200W-1–84200W-6, 2012. doi: 10.1117/12.966412
- [7] R. Sandau, *Digital Airborne Camera Introduction and Technology*. Springer, 2010, 343 p. doi: 10.1007/978-1-4020-8878-0
- [8] V.G. Kolobrodov and M.I. Lykholyt, *Design of Thermal Imaging and Television Observation Systems*. Kyiv, Ukraine: NTUU KPI, 2007, 364 p.
- [9] B.Yu. Pinchuk *et al.*, "Spatial resolution of the remote sensing system when changing the angle of sighting", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 1, pp. 54–64, 2018. doi: 10.20535/1810-0546.2018.1.111880
- [10] B.Yu. Pinchuk *et al.*, "Influence of angles of sighting and the earth's surface curvature on the spatial resolution of the space electro-optical viewing system", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 5, pp. 63–75, 2018. doi: 10.20535/1810-0546.2018.5.140106
- [11] M. Capderou, *Satellites Orbits and Missions*. Springer-Verlag France, 2005, 558 p.
- [12] M. Capderou, *Satellites Orbits and Missions*. Switzerland: Springer International Publishing, 2014, 922 p. doi: 10.1007/978-3-319-03416-4
- [13] R.H. Vollmerhausen *et al.*, *Analysis and Evaluation of Sampled Imaging Systems*. SPIE Press, 2010, 304 p.
- [14] V.L. Pantelev, *Theory of Figure of the Earth*. Moscow, Russia: Lomonosov Moscow State University, 2000, 98 p.
- [15] M.S. Molodensky, *The Gravitational Field. The Figure and the Internal Structure of the Earth*. Moscow, Russia: Nauka, 2001, 569 p.
- [16] M.P. Danilevsky *et al.*, *Fundamentals of Spherical Geometry and Trigonometry*. Kharkiv, Ukraine: KNAME, 2011, 92 p.
- [17] R.G. Driggers *et al.*, *Introduction to Infrared and Electro-Optical Systems*, 2nd ed. Artech House, 2012, 583 p.
- [18] R.D. Fiete, *Modeling the Imaging Chain of Digital Cameras*. SPIE Press, 2010, 225 p.
- [19] G.D. Boreman, *Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical Systems*. SPIE Press, 2001, 111 p.
- [20] V.G. Kolobrodov, "Parameters optimization of the imager's lens and microbolometer matrix", *Naukovi Visti NTUU KPI*, no. 1, pp 91–95, 2015.

Б.Ю. Пинчук, В.Г. Колобродов, В.М. Тягун

МОДУЛЯЦИОННАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ОСИ ВИЗИРОВАНИЯ ОТ НАДИРА

**Проблематика.** На сегодняшний день одним из главных требований, которые предъявляются к космическим оптико-электронным системам наблюдения (ОЭСН), является съемка космическим аппаратом (КА) соответствующей местности под разными углами визирования. При отклонении оси визирования от надира качество получаемого изображения ухудшается. На ухудшение качества в первую очередь влияют деформация проекции пикселей на земной поверхности (ЗП), а также изменение скорости и вектора направления перемещения подспутниковой точки КА. Качество получаемого изображения оценивают

модуляционной передаточной функцией (МПФ) ОЭСН. Определение МПФ ОЭСН только двумя составляющими: МПФ объектива и приемника, является недостаточным, так как будет большая вероятность того, что изображение будет иметь существенно более низкое качество относительно теоретически рассчитанного. Поэтому необходимо учитывать в результирующей МПФ и влияние дополнительных факторов, таких как: вибрации, скорость перемещения подспутниковой точки, частота считывания приемника излучения, нестабильность высоты и положение оси, атмосфера и т.п.

**Цель исследования.** Разработка физико-математической модели для определения МПФ космических ОЭСН, которая учитывает деформацию проекции пикселей, изменение скорости и вектора направления перемещения подспутниковой точки, а также влияние дополнительных факторов при различных углах визирования.

**Методика реализации.** В основе физико-математической модели предложено использовать траекторию солнечно-синхронной орбиты и рассчитывать результирующую МПФ ОЭСН в направлении и поперек полета.

**Результаты исследования.** Практические результаты расчетов подтверждают, что деформация проекции пикселей и указанные дополнительные факторы существенно влияют на результирующую МПФ космических ОЭСН, а также в зависимости от углов визирования МПФ в направлении и поперек полета отличаются между собой.

**Выводы.** Анализ предложенной физико-математической модели для определения МПФ космических ОЭСН показал, что при отклонении сканера с большим количеством пикселей на значительные углы визирования проявляется неоднородность МПФ по чувствительной матрице приемника. Обращается внимание и на то, что при отклонении по углам визирования необходимо также уменьшать влияние частоты считывания приемника путем ее согласования со скоростью перемещения изображения в фокальной плоскости. В ходе исследований было обнаружено, что с незначительным доворотом по углу рыскания можно добиться улучшения МПФ и уменьшить различие между МПФ в направлении и поперек полета, влияющее на эффективность восприятия изображения.

**Ключевые слова:** дистанционное зондирование Земли; телевизионная система наблюдения; модуляционная передаточная функция; углы визирования; проекция пикселей.

V.Yu. Pinchuk, V.G. Kolobrodov, V.M. Tiagur

#### MODULATION TRANSFER FUNCTION OF THE REMOTE SENSING SYSTEM WHEN THE LINE OF SIGHT DEVIATES FROM THE NADIR

**Background.** Today, one of the main requirements, which relates to space optical-electronic viewing systems (OEVS) is shooting by a spacecraft (SC) of a requisite area at different angles of sighting. When the line of sight deviates from the nadir, the image quality gets worse. Primarily, the deformation of the projection of pixels on the Earth's surface (ES) and changing of the velocity and direction of vector of movement of the sub-satellite point of SC affect the image quality. Generally, the resulting image quality is estimated by the modulation transfer function (MTF) of OEVS. The evaluation of the MTF of OEVS by only two components, such as the MTF of a lens and detector is insufficient, since there is a high probability that the image will have significantly lower quality compared to theoretically calculated one. Therefore, it is necessary to take into account in the resulting MTF the effect of additional factors such as vibration, movement velocity of the sub-satellite point, detector reading frequency, height instability and position of the line of sight, the atmosphere, to name a few.

**Objective.** The aim of the paper is to develop physico-mathematical model for determining MTF of space OEVS, that takes into account the deformation of the projection of pixels, the variation of velocity and movement vector direction of the SC sub-satellite point and the influence of additional factors at the different angles of sighting.

**Methods.** In the basis of physico-mathematical model is proposed to use a Sun-synchronous orbit trajectory and to calculate the resulting MTF of OEVS in the direction and transverse to the direction of flight.

**Results.** Practical results of the calculations confirm that the deformation of the projection of the pixels and the mentioned additional factors significantly affect the resulting MTF of space OEVS and also depending on the angles of sighting the MTF in the direction and transverse to the direction of flight differ.

**Conclusions.** The analysis of the proposed physico-mathematical model for MTF calculation of the OEVS showed that when a scanner with a large number of pixels is deviated at the significant angles of sighting, heterogeneity appears on sensitive matrix of detector. Attention is drawn to the fact that when scanner deviates at the angles of sighting, the affect of the reading frequency of detector should also be reduced by negotiating it with the image movement velocity in the focal plane. In the process of the research, it was discovered that when use the slight additional turn of yaw angle it is possible to improve the MTF and reduce the difference between the MTF of in the direction and transverse to the direction of flight affecting the image perception efficiency.

**Keywords:** remote sensing of the Earth; television system; modulation transfer function, angles of sighting; projection of pixels.

Рекомендована Радою  
приладобудівного факультету  
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції  
29 жовтня 2018 року

Прийнята до публікації  
6 грудня 2018 року