

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ ФІЗИКИ

УДК 537.6, 537.612, 537.624
DOI: 10.20535/1810-0546.2017.4.105251

В.В. Куліш*

КПІ ім. Ігоря Сікорського, Київ, Україна

МАГНІТНІ СПІН-ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОСИСТЕМ РІЗНОЇ ФОРМИ. ОСОБЛИВОСТІ ВРАХУВАННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ ПРИ ЗНАХОДЖЕННІ СПЕКТРА ЗНАЧЕНЬ ХВИЛЬОВОГО ЧИСЛА

Background. The paper continues the investigation of linear dipole-exchange spin waves in ferromagnetic nanosystems started by the author in previous papers. The known papers investigating dipole-exchange spin waves obtain their spectral characteristics only for a narrow range of special cases. In the presented paper, an approach that allows expanding substantially this range of cases is described and applied.

Objective. The aim of the paper is to develop a method – based on the use of boundary conditions – for obtaining the spectral characteristics of dipole-exchange spin waves in a number of nanosystems' configurations as well as an application of this method to specific configurations.

Methods. A method for obtaining a values' spectrum of the wavenumbers for dipole-exchange spin waves in ferromagnetic nanosystems of a series of typical configurations is proposed. The method does not require specific assumptions, e.g. the absence of transverse spin excitations or the presence of a high-conductivity metal outside the ferromagnet. The method uses imposition of boundary conditions for the magnetic field and the magnetization on the boundary of the ferromagnetic medium for a linear spin wave in the magnetostatic approximation. This method allows obtaining the above-mentioned spectral characteristics for a wider range of cases compared to the known previous papers.

Results. The results of the paper are conditions for the magnetic potential – that imply from the above-mentioned boundary conditions – of a linear spin wave on the boundary of a ferromagnetic nanosystem as well as the spectrum of the wavenumbers' values of such wave for the investigated nanosystems (in the implicit form). In particular, for a ferromagnetic nanosystem of an arbitrary cross section with a one-dimensional translational symmetry, the conditions specifying this spectrum are found. Such conditions are specified – and an implicit expression for this spectrum is obtained – for the case when such nanosystem is a nanotube with a circular cross section. The analysis of the obtained results is carried out.

Conclusions. The obtained expressions for the spectrum of the values of the investigated spin waves' wavenumbers can be used for a wider range of cases than the ones obtained in the previous papers dedicated to the investigated configurations of nanosystems. For a nanotube of the circular cross-section with small (compared to the inverse characteristic size of the nanotube cross-section) values of the longitudinal wave number, the dependence of the latter on the transverse wave number is weak, as well as for the big longitudinal to transverse wavenumber component ratio. The obtained dependence is also represented graphically.

Keywords: spin waves; nanomagnetism; dipole-exchange theory; boundary conditions.

Вступ

Дослідження спінових хвиль у наносистемах із магнітовпорядкованих матеріалів є актуальним і перспективним напрямом сучасної фізики малих систем. Такі хвилі є перспективними передусім для створення нових засобів передачі та обробки інформації, які є потенційною заміною сучасних електронних приладів. Варто зазначити, що на сьогодні створено наноконтакти, які можуть генерувати спінові хвилі [1], та нанорозмірні логічні елементи, що базуються на використанні спінових хвиль [2]. Дослідження спінових хвиль у наносистемах та можливостей їх застосування є темою вивчення особливих галузей фізики наносистем – магнітоніки [3] та спінтроники [4].

Відомо, що властивості наносистем – зокрема, магнітних спін-хвильових – суттєво залежать

від їх розмірів та форми, тому спінові хвилі вивчаються у наносистемах різних конфігурацій – тонких ферромагнітних плівках [5], нанодротах [6], мікроннорозмірних магнітних квантових точках [7] та інших наносистемах – окремо.

Малодослідженими на сьогодні лишаються ферромагнітні наносистеми оболонкового типу – нанотрубки, нанооболонки тощо. Такі наносистеми, проте, є особливо перспективними для технічних застосувань через низку унікальних властивостей, що робить їх дослідження актуальним. Так, властивості таких наносистем можуть бути регульовані більш гнучко, ніж у відповідних суцільних наносистемах, через більшу кількість контрольованих геометричних параметрів. Крім того, в подібних наносистемах з'являються спін-хвильові моди, не притаманні відповідним суцільним наносистемам.

* corresponding author: kulish_volv@ukr.net

При дослідженні феромагнітних наносистем, що мають нанорозміри тільки по двох вимірах, можливий узагальнений опис спінових хвиль у таких наносистемах (за можливості введення ефективною одновимірної трансляційної симетрії). Проте в існуючих підходах кожна конфігурація такого класу систем досліджується окремо. Отже, побудова відповідної узагальненої теорії та встановлення загальних закономірностей для такого класу наносистем є актуальною темою дослідження.

Постановка задачі

У роботі продовжується дослідження лінійних дипольно-обмінних спінових хвиль у дво- і тривимірних наносистемах, зокрема оболонкового типу (нанотрубках і нанооболонках різних конфігурацій), розпочате в [8–12]. Метою роботи є знаходження співвідношення для спектра значень хвильових чисел таких хвиль та ілюстрація застосування зазначеного підходу на прикладі феромагнітної наносистеми довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією. При цьому метою такого застосування є знаходження умов, які задають зазначений спектр, та конкретизація таких умов для випадку, коли зазначена наносистема є нанотрубкою колового перерізу. Для останньої необхідно отримати вираз для зазначеного спектра в неявному вигляді.

Вихідні положення

Розглянемо композитну наносистему, що містить елементи з одноосьового феромагнетика типу “легка вісь” з відомими параметрами: константа одноосьової анізотропії β , константа обмінної енергії α , гіромагнітне відношення γ , рівноважна намагніченість \mathbf{M}_0 (постійна за модулем по всьому феромагнетіку), параметр дисипації α_G (для опису дисипації використаємо доданок у формі Гільберта в рівнянні Ландау–Ліфшиця). Нехай у такому феромагнітному елементі поширюється спінова хвиля (біжуча хвиля або спінове збудження у формі стоячої хвилі) з малими збудженнями густини магнітного моменту та, відповідно, магнітного поля. Таким чином, відхилення густини магнітного моменту \mathbf{m} і магнітного поля всередині феромагнетика \mathbf{h} від їх рівноважних значень – \mathbf{M}_0 та $\mathbf{H}_0^{(i)}$ відповідно – є малими: $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$, $|\mathbf{h}| \ll |\mathbf{H}_0^{(i)}|$ (причому $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$, $\mathbf{H}^{(i)} = \mathbf{H}_0^{(i)} + \mathbf{h}$, де \mathbf{M} – загальна густина магнітного моменту, $\mathbf{H}^{(i)}$ – внутрішнє магнітне поле). Засто-

суємо магнітостатичне наближення, ввівши магнітний потенціал для поля хвилі: $\mathbf{h} = -\nabla\Phi$. Введемо амплітуди збурення для хвилі з частотою ω : $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{m}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)$, $\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{h}_0(\mathbf{r}) \exp(i\omega t)$, так що $\mathbf{h}_0 = -\nabla\Phi_0$, $\Phi = \Phi_0 \exp(i\omega t)$. Вважаємо, що зовні наносистеми знаходиться немагнітний матеріал, так що у зовнішньому просторі виконується $\mathbf{m} = 0$, $\Delta\Phi = 0$ і, відповідно, $\mathbf{m}_0 = 0$, $\Delta\Phi_0 = 0$. Розглянемо різні конфігурації такої наносистеми, в т.ч. оболонкового типу.

Для низки конфігурацій таких наносистем автором у попередніх роботах [8–12] було розв’язано задачу знаходження закону дисперсії спінових хвиль. Проте для повного опису спінових хвиль закон дисперсії, взагалі, має бути доповнений спектром значень компонент хвильового числа, який у попередніх роботах був знайдений тільки для спеціальних часткових випадків. Задача знаходження такого спектра, взагалі, вимагає розв’язку рівняння для магнітного потенціалу хвилі в магнітостатичному наближенні не тільки всередині, а і зовні феромагнетика з подальшим зшиванням магнітного поля та потенціалу на його границі. Запишемо умови такого зшивання та застосуємо їх до систем описаного вище типу для знаходження спектра значень компонент хвильового числа. Конкретно, теорію буде проілюстровано і результати проаналізовано для випадку нанотрубки колового перерізу. Саме нанотрубки різного перерізу є особливо перспективними для застосувань у спин-хвильовій електроніці – наприклад, як хвилеводи у системах передачі інформації. При цьому в нанотрубках (як і взагалі у наносистемах з одновимірною трансляційною симетрією) наявна компонента хвильового числа, що в рамках вибраної моделі змінюється неперервно – на відміну від наносистем оболонкового типу, які мають нанорозміри по всіх трьох вимірах. Дослідження нанотрубки саме колового перерізу математично є більш простим, ніж нанотрубки еліптичного перерізу, і водночас ілюструє всі основні властивості спінових хвиль, пов’язані з використаною моделлю.

Умови зшивання магнітного поля і потенціалу

Розглянемо описану в попередньому розділі спінову хвилю в наносистемі з феромагнітними елементами. Як було згадано вище, для знаходження спектра значень компонент хвильового числа наносистеми конкретної конфігурації потрібно розв’язати рівняння для магнітного потенціалу як усередині феромагнетика, так і в зовніш-

ньому просторі з подальшим зшиванням на його границі. Останнє має враховувати неперервність потенціалу на цій границі, а також граничні умови для магнітного поля. Вважаючи, що такі граничні умови виконуються для рівноважних значень намагніченості та магнітного поля, на границі розділу можна записати $b_{1n} = b_{2n}$, $h_{1\tau} = h_{2\tau}$ (тут середовище 1 – досліджуваній феромагнетик, 2 – зовнішнє середовище, n позначає нормальну, τ – тангенціальну до поверхні розділу компоненту вектора, \mathbf{b} – вектор індукції магнітного поля хвилі). Переходячи звідси до векторів \mathbf{h} , \mathbf{m} з урахуванням $\mathbf{b}_1 = \mathbf{h}_1 + 4\pi\mathbf{m}$, $\mathbf{b}_2 = \mathbf{h}_2$ (оскільки у немагнітному середовищі $\mathbf{m}_2 = 0$), отримуємо $h_{1n} - h_{2n} = 4\pi m_n$, $h_{1\tau} = h_{2\tau}$. Звідси для магнітного потенціалу, додаючи також умову його неперервності на границі розділу, отримуємо таку систему:

$$\begin{cases} \Phi_0|_1 = \Phi_0|_2, \\ (\nabla\Phi_0)_{1\tau} = (\nabla\Phi_0)_{2\tau}, \\ \left. \frac{\partial\Phi_0}{\partial n} \right|_1 - \left. \frac{\partial\Phi_0}{\partial n} \right|_2 = 4\pi m_n. \end{cases} \quad (1)$$

Накладання наведених вище умов на границі феромагнетика для наносистем конкретних конфігурацій дає змогу знайти шуканий спектр значень компонент хвильового числа досліджуваної спінової хвилі.

Відповідне дослідження було проведене для наносистем довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією, вирази конкретизовані для нанотрубки колового та еліптичного перерізу; для сферичної нанооболонки; для нанооболонки у формі витягнутого еліпсоїда обертання (“нанорису”) і двох випадків магнітних кристалів (періодично-структурованої нанотрубки та феромагнітної плівки із системою колових антиточок). Наведемо одне з таких досліджень на прикладі наносистем довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією, конкретизувавши отримані результати для нанотрубки колового перерізу. Проаналізуємо також решту таких досліджень та їх результати.

Наносистема довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією. Умови зшивання для магнітного потенціалу

Низку систем, що мають нанорозміри тільки по двох вимірах (нанодоти і нанотрубки різних конфігурацій, а також їх системи), можливо апроксимувати модельними геометріями, які мають одновимірну трансляційну симетрію (вважаючи їх безмежно довгими по третьому виміру).

Розглянемо наносистему такого типу, яка складається з описаного вище феромагнетика. Будемо вважати, що вісь легкого намагнічування та, відповідно, рівноважна намагніченість \mathbf{M}_0 цього феромагнетика спрямовані вздовж трансляційної осі системи, як і зовнішнє магнітне поле $\mathbf{H}_0^{(e)}$. Спрямуємо вісь Oz також уздовж цього напрямку (рис. 1) та дослідимо лінійні дипольно-обмінні спінові хвилі в такій наносистемі.

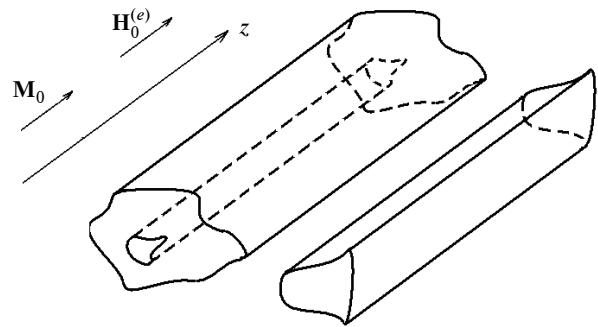


Рис. 1. Наносистема з одновимірною трансляційною симетрією

Рівняння для магнітного потенціалу досліджуваних спінових хвиль у такій наносистемі має вигляд (див., наприклад, [10])

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(\beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G \omega}{\gamma M_0} \right) - \alpha \Delta \right) \times \\ & \times \left(\left(\beta + \frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G \omega}{\gamma M_0} \right) + 4\pi - \alpha \Delta \right) \Delta \Phi_0 + \\ & + 4\pi \left(\frac{H_0^{(e)}}{M_0} - i \frac{\alpha_G \omega}{\gamma M_0} + \beta - \alpha \Delta \right) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial z^2} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Нехай симетрія наносистем, що розглядається, припускає введення відповідної ортогональної циліндричної (взагалі, системи довільного – не обов’язково колового – циліндра) системи координат (x_1, x_2, z) , де координата x_1 має сенс радіальної, x_2 – кутової. Таким чином, якщо пронумерувати поверхні розділу “феромагнетик–немагнітне середовище” досліджуваної наносистемі індексом i , що змінюється від 1 до N (де N – повна кількість таких поверхонь), то кожна така поверхня розділу задається рівнянням вигляду $x_1 = a_i$, де a_i – константи. Нехай функція $F(x_1, x_2, k_{\perp})$ є загальним розв’язком двовимірного рівняння Гельмгольца у координатах (x_1, x_2) , так що $\Delta_{\perp} F + k_{\perp}^2 F = 0$, де k_{\perp} – поперечне хвильове число (описує спінові коливання у напрямку, поперечному

до осі симетрії системи). Тоді розв'язок рівняння для магнітного потенціалу можна подати у вигляді $\Phi_0 = F(x_1, x_2, k_{\perp}) \exp(ik_{\parallel}z)$, де k_{\parallel} – поздовжнє хвильове число (описує поширення хвилі уздовж осі Oz). Підстановка такого розв'язку в рівняння (2) дає змогу отримати дисперсійне відношення для досліджуваних хвиль (див., наприклад, [10]):

$$\omega = \frac{|\gamma| M_0}{1 + \alpha_G^2} \times \sqrt{(1 + \alpha_G^2)(\alpha^2 k^4 + 2\alpha\tilde{\beta}k^2 + \tilde{\beta}^2 + 4\pi\alpha\left(1 + \frac{\tilde{\beta}}{\alpha k^2}\right)k_{\perp}^2) - \alpha_G^2\left(\frac{K}{k}\right)^4 - i\alpha_G\left(\frac{K}{k}\right)^2},$$

де $\tilde{\beta} = \beta + H_0^{(e)}/M_0$, $K^2 = \alpha k^4 + \tilde{\beta}k^2 + 2\pi k_{\perp}^2$. При цьому, оскільки у напрямку осі Oz наносистема вважається довгою, поздовжнє хвильове число k_{\parallel} можна вважати таким, що змінюється неперервно. Спектр значень поперечного хвильового числа k_{\perp} знайдемо з отриманих вище граничних умов (1).

Як можна бачити, розв'язок рівняння Лапласа $\Delta\Phi_0 = 0$ у зовнішньому середовищі для досліджуваної симетрії наносистеми має вигляд $\Phi_0^e = AF(x_1, x_2, ik_{\parallel}) \exp(ik_{\parallel}z)$, де A – константа. Накладемо на знайдений потенціал у зовнішньому просторі умови (1) на поверхні $x_1 = a_i$.

Якщо заміна $k_{\perp} \rightarrow ik_{\parallel}$ не змінює вигляду залежності $F(a_i, x_2)$ для досліджуваних поверхонь a_i , при задоволенні умови неперервності потенціалу, так що

$$A = F(a_i, x_2, k_{\perp}) / F(a_i, x_2, ik_{\parallel}) = \text{const}, \quad (3)$$

то умова неперервності тангенціальної компоненти магнітного поля задовольняється автоматично. Умова (3) виконується, зокрема, якщо у функції F розділені змінні, причому

$$F(x_1, x_2, k_{\perp}) = F_1(x_1, k_{\perp})F_2(x_2). \quad (4)$$

При цьому граничні умови (1) на поверхні $x_1 = a_i$ зводяться до умови неперервності нормальної компоненти магнітного поля:

$$\left. \frac{\partial\Phi_0}{\partial n} \right|_{x_1=a_i} - \left. \frac{\partial\Phi_0^e}{\partial n} \right|_{x_1=a_i} = 4\pi m_{0n}|_{x_1=a_i}.$$

Для застосування цих граничних умов необхідно, взагалі, знайти розподіл збурення намагніченості m_0 . Проте задачу можна спростити, накладаючи зв'язані граничні умови для намагніченості, з яких слідує $m_{0n}|_{x_1=a_i} = 0$. При цьому досліджувані граничні умови переписуться як

$$\left. \frac{\partial F(x_1, x_2, k_{\perp})}{\partial n} \right|_{x_1=a_i} = A \left. \frac{\partial F(x_1, x_2, ik_{\parallel})}{\partial n} \right|_{x_1=a_i}. \quad (5)$$

Умови (5) та (3) або (4) задають шуканий спектр значень поперечного хвильового числа. Конкретизуємо отриманий вираз для спектра для випадку, коли досліджувана наносистема є нанотрубкою колового перерізу.

Спектр значень поперечного хвильового числа. Нанотрубка колового перерізу

Розглянемо нанотрубку з внутрішнім радіусом a і зовнішнім b із феромагнетика, описаного в попередньому розділі (рис. 2), та знайдемо спектр значень поперечного хвильового числа з граничних умов для магнітного поля спінової хвилі в такій наносистемі.

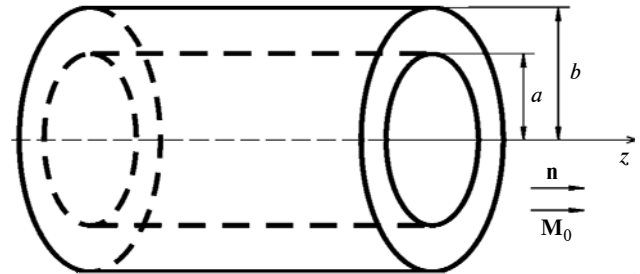


Рис. 2. Нанотрубка колового перерізу

У циліндричних координатах (ρ, θ, φ) функція F для нанотрубки має вигляд

$$F(\rho, \theta, k_{\perp}) = (A_1 J_n(k_{\perp}\rho) + A_2 N_n(k_{\perp}\rho)) \exp(in\theta),$$

де J_n – функція Бесселя порядку n , N_n – функція Неймана порядку n . Магнітний потенціал ззовні нанотрубки вигляду

$$\Phi_0^e = (A_3 I_n(k_{\perp}\rho) + A_4 K_n(k_{\perp}\rho)) \exp(i(n\theta + k_{\parallel}z)),$$

де I_n, K_n – модифіковані функції Бесселя, задовольняє рівняння Лапласа $\Delta\Phi_0 = 0$, а також умову неперервності тангенціальної компоненти магнітного поля (за виконання умови неперервності потенціалу). При цьому, зважаючи на необмеженість функцій K_n у нулі, а I_n – на безмежності,

потенціал магнітного поля ззовні нанотрубки запишеться як

$$\Phi_0^e = \begin{cases} A_3 I_n(k_{\parallel} \rho) \exp(i(n\theta + k_{\parallel} z)), & \rho \leq a, \\ A_4 K_n(k_{\parallel} \rho) \exp(i(n\theta + k_{\parallel} z)), & \rho > b. \end{cases}$$

З умови неперервності магнітного потенціалу на границі нанотрубки отримуємо

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{A_1 J_n(k_{\perp} a) + A_2 N_n(k_{\perp} a)}{I_n(k_{\parallel} a)}, \\ A_4 &= \frac{A_1 J_n(k_{\perp} b) + A_2 N_n(k_{\perp} b)}{K_n(k_{\parallel} b)}. \end{aligned} \quad (6)$$

При цьому, як зазначено вище, умови неперервності тангенціальної компоненти магнітного поля виконуються автоматично. Умова неперервності нормальної компоненти магнітного поля разом зі зв'язаними граничними умовами для магнітного поля (5) запишеться як

$$\begin{cases} A_1 k_{\perp} J'_n(k_{\perp} a) + A_2 k_{\perp} N'_n(k_{\perp} a) = A_3 k_{\parallel} I'_n(k_{\parallel} a), \\ A_1 k_{\perp} J'_n(k_{\perp} b) + A_2 k_{\perp} N'_n(k_{\perp} b) = A_4 k_{\parallel} K'_n(k_{\parallel} b). \end{cases}$$

Виключивши з отриманих рівнянь відношення A_2/A_1 після підстановки констант A_3, A_4 з (6) та ділення обох частин отриманих рівнянь на A_1 (при цьому вважається $A_1 \neq 0$), отримуємо остаточно шуканий спектр значень поперечних хвильових чисел у неявному вигляді. Шуканий спектр задається співвідношенням

$$\begin{aligned} & \left(k_{\perp} J'_n(k_{\perp} a) - \frac{k_{\parallel} I'_n(k_{\parallel} a)}{I_n(k_{\parallel} a)} J_n(k_{\perp} a) \right) \times \\ & \times \left(\frac{k_{\parallel} K'_n(k_{\parallel} b)}{K_n(k_{\parallel} b)} N_n(k_{\perp} b) - k_{\perp} N'_n(k_{\perp} b) \right) = \\ & = \left(k_{\perp} J'_n(k_{\perp} b) - \frac{k_{\parallel} K'_n(k_{\parallel} b)}{K_n(k_{\parallel} b)} J_n(k_{\perp} b) \right) \times \\ & \times \left(N_n(k_{\perp} a) \frac{k_{\parallel} I'_n(k_{\parallel} a)}{I_n(k_{\parallel} a)} - k_{\perp} N'_n(k_{\perp} a) \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Зауважимо, що нанотрубка, яка розглядається, є тонкою, а отже, для неї виконується умова $(b - a)/a \ll 1$. Оскільки величина k_{\perp} має бути більше або порядку $(b - a)^{-1}$, то $k_{\perp} a \gg 1, k_{\perp} b \gg 1$, що дає змогу використовувати асимптотику функцій Бесселя та Неймана:

$$\begin{aligned} J_n(k_{\perp} \rho) &\approx \sqrt{2/(\pi k_{\perp} \rho)} \cos(k_{\perp} \rho - n\pi/2 - \pi/4), \\ N_n(k_{\perp} \rho) &\approx \sqrt{2/(\pi k_{\perp} \rho)} \sin(k_{\perp} \rho - n\pi/2 - \pi/4). \end{aligned}$$

Це дає можливість переписати неявний вираз (7) для спектра значень поперечного хвильового числа у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{\cos(k_{\perp} a) - \sin(k_{\perp} a) \left(\frac{1}{2k_{\perp} a} + \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{I'_n(k_{\parallel} a)}{I_n(k_{\parallel} a)} \right)}{\sin(k_{\perp} a) + \cos(k_{\perp} a) \left(\frac{1}{2k_{\perp} a} + \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{I'_n(k_{\parallel} a)}{I_n(k_{\parallel} a)} \right)} = \\ & = \frac{\cos(k_{\perp} b) - \sin(k_{\perp} b) \left(\frac{1}{2k_{\perp} b} + \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{K'_n(k_{\parallel} b)}{K_n(k_{\parallel} b)} \right)}{\sin(k_{\perp} b) + \cos(k_{\perp} b) \left(\frac{1}{2k_{\perp} b} + \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \frac{K'_n(k_{\parallel} b)}{K_n(k_{\parallel} b)} \right)} \end{aligned} \quad (8)$$

(при цьому вважається $k_{\perp} \neq 0$).

Зауважимо, що на більшій частині інтервалу значень k_{\parallel} виконується $k_{\parallel} \ll k_{\perp}$ (оскільки k_{\parallel} має бути більше або порядку зворотної довжини нанотрубки, а k_{\perp} , як згадувалося вище, має бути більше або порядку $(b - a)^{-1}$). Отже, із зазначених умов $k_{\perp} a \gg 1, k_{\perp} b \gg 1$ слідує, що всюди, крім малих околів точок $\sin(k_{\perp} a) = 0, \cos(k_{\perp} a) = 0$, вираз (8) можна наближено переписати $\text{ctg}(k_{\perp} a) = \text{ctg}(k_{\perp} b)$, звідки $k_{\perp}(b - a) = \pi n$, де n – ціле число. Такий вигляд спектра відповідає квазіодновимірному випадку стоячих хвиль на товщині оболонки, використаних у деяких попередніх роботах. Таким чином, проведене дослідження обґрунтовує можливість використання спектра такого вигляду та задає умови, за яких це можливо. Справді, для випадку тонких оболонок наносистема стає подібною до тонкої феромагнітної плівки, спектр якої, очевидно, має одновимірну форму.

Більш точний аналіз показує, що за типових значень параметрів нанотрубки при $k_{\parallel} b \ll 1$ та, відповідно, $k_{\parallel} a \ll 1$ спектр значень k_{\perp} слабо залежить від поздовжньої компоненти хвильового числа k_{\parallel} . При цьому значення k_{\perp} відрізняються від вказаного вище квазіодновимірного спектра на малу величину порядку $1/k_{\perp} a$, що залежить від k_{\perp} і характерних розмірів нанотрубки a, b , але не залежить від n . Коли значення поздовжнього хвильового числа k_{\parallel} наближається до k_{\perp} , так що $k_{\parallel} a \gg 1, k_{\parallel} b \gg 1$, залежність k_{\perp} від k_{\parallel} стає вираженою (але при $k_{\parallel}/k_{\perp} \gg 1$ знову прямує до сталого значення, що відповідає квазіодновимірному спектру). За проміжних значень k_{\parallel} залежність k_{\perp} від k_{\parallel} є найбільш вираженою. Справді, із загальних міркувань теорії коливань, поздовжні збудження мають найбільше впливати на поперечні при порівнянних значеннях довжин хвиль; відповідно, якщо ці значення істотно різняться,

то такі збудження мають бути близькими до незалежних.

Зазначену залежність проілюстровано графічно на рис. 3.

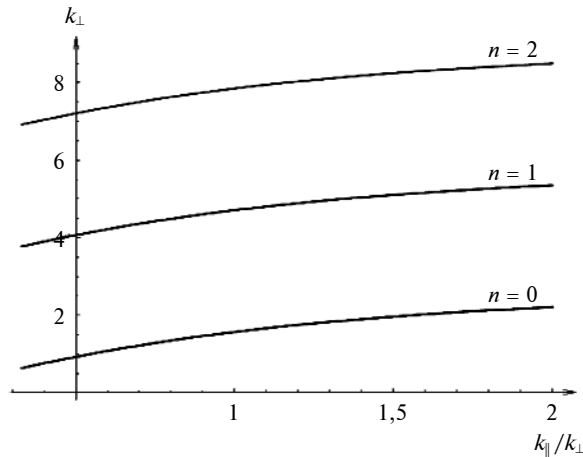


Рис. 3. Залежність k_{\perp} від k_{\parallel}/k_{\perp}

Інші конфігурації наносистеми

Дослідження, аналогічні до наведених вище, були проведені також для низки інших наносистем зазначеного типу. Проте в силу обмеженості обсягу роботи автор не має можливості викласти ці дослідження детально. У зв'язку з цим зазначені результати разом із детальним аналізом будуть опубліковані автором найближчим часом. Нижче наведено низку особливостей, виявлених при проведенні зазначених досліджень.

У класі наносистем із одновимірною трансляційною симетрією аналогічним чином отримано вираз для спектра значень поперечних хвильових чисел для нанотрубки еліптичного перерізу. При цьому, як показують обчислення, для нанотрубки еліптичного перерізу умова (4) не виконується (параметр, що має сенс хвильового числа, входить не тільки в узагальнено-радіальну, але і в узагальнено-кутову частину відповідного потенціалу, так що узагальнено-кутові збудження, взагалі, суттєво впливають на узагальнено-радіальні). Проте наведений підхід вдається застосувати за умови коротких хвиль $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ або близькості перерізу нанотрубки до колового (умова $ch2u_1 \gg 1 + k_{\perp}^2/k_{\parallel}^2$, де u_1 – координата зовнішньої границі нанотрубки в координатах еліптичного циліндра (u, v, z)).

У класі наносистем оболонкового типу, що мають нанорозміри по всіх трьох вимірах, досліджено нанооболонку сферичної форми та нанооболонку у формі витягнутого еліпсоїда обергання (“нанорису”).

Для нанооболонки зі сферичною симетрією вдається розділити змінні аналогічно до того, як це було пророблено для нанотрубки колового перерізу, і отримати спектр значень радіальних хвильових чисел у явному вигляді. Для нанооболонки типу “нанорис” умова, аналогічна до (4), не виконується: залежність від хвильового числа k входить не тільки в “радіальну”, але і в “кутову” частину магнітного потенціалу. Проте отримати вираз для спектра вдається із застосуванням наближених виразів. При цьому використовується малість параметра $1/(ka)$, де k – хвильове число спінового збудження, a – характерний розмір нанооболонки.

Аналіз показує, що отримані вирази для нанотрубки еліптичного перерізу, сферичної нанооболонки та “нанорису”, як і для наведеного вище випадку нанотрубки колового перерізу, за умови достатньої тонкості оболонки переходять у квазіодновимірний спектр стоячих хвиль, використаний автором у низці попередніх робіт. (Справді, в такому випадку, як і для нанотрубки колового перерізу, наносистема стає близькою до тонкої феромагнітної плівки.) Як і для випадку колової нанотрубки, отримано критерії можливості застосування такого квазіодновимірного спектра та умови, за яких спектр значень узагальнено-радіальних хвильових чисел стає суттєво залежним від інших компонент хвильового числа.

При дослідженні періодично-структурованої нанотрубки умови накладались на зовнішній границі нанотрубки. При дослідженні феромагнітної плівки із системою отворів-антиточок граничні умови накладались як на границі плівки, так і на границі антиточок. Обчислення після застосування таких граничних умов показують, що в описаній вище системі спектр значень як поздовжнього (відносно осі легкого намагнічування), так і поперечного хвильового числа є дискретним.

Висновки

У роботі досліджено лінійні спінові хвилі у феромагнітних наносистемах. Отримано умови на потенціал магнітного поля таких хвиль, що впливають із граничних умов для магнітного поля. Ці умови визначають спектр значень хвильових чисел досліджуваних спінових хвиль. Зазначені умови записано для наносистеми довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією; отримані вирази конкретизовано для випадку нанотрубки колового перерізу. Для останньої шуканий спектр одержано у неявному вигляді та

проаналізовано. Показано, зокрема, що за малих (порівняно зі зворотним характерним розміром перерізу нанотрубки) значень поздовжнього хвильового числа залежність від останньої поперечного хвильового числа є слабкою, як і за великих відношень поздовжньої до поперечної компоненти. Отриману залежність проілюстровано графічно. Зазначено та проаналізовано також ре-

зультати, одержані для інших досліджених геометрій наносистем.

Подяки

Автор висловлює подяку член-кореспонденту АПН України, доктору фізико-математичних наук, професору Ю.І. Горобцю за увагу до роботи, плідну дискусію та цінні зауваження.

Список літератури

1. *Direct observation of a propagating spin wave induced by spin-transfer torque* / M. Madami, S. Bonetti, G. Consolo et al. // *Nature Nanotechnol.* – 2011. – **6**, № 10. – P. 635–638.
2. *Realization of spin-wave logic gates* / T. Schneider, A. Serga, B. Leven et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 2008. – **92**, № 2. – 022505.
3. *Kruglyak V.V., Demokritov S.O., Grundler D. Magnonics* // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2010. – **43**, № 26. – 264001.
4. *Bader S.D., Parkin S.S.P. Spintronics* // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* – 2010. – **1**, № 1. – P. 71–88.
5. *Observation of spatiotemporal self-focusing of spin waves in magnetic films* / M. Bauer, O. Vytner, S.O. Demokritov et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – **81**, № 17. – 3769.
6. *Arias R., Mills D.L. Theory of spin excitations and the microwave response of cylindrical ferromagnetic nanowires* // *Phys. Rev. B.* – 2001. – **63**, № 13. – 134439.
7. *Spin waves in circular soft magnetic dots at the crossover between vortex and single domain state* / F.G. Aliev, J.F. Sierra, A.A. Awad et al. // *Phys. Rev. B.* – 2009. – **79**, № 17. – 174433.
8. *Gorobets Y.I., Kulish V.V. Dipole-exchange spin waves in a periodically layered ferromagnetic nanotube* // *Functional Materials.* – 2013. – **20**, № 4. – P. 516–522.
9. *Gorobets Yu.I., Kulish V.V. Dipole-exchange spin excitations in a thin ferromagnetic nanoshell* // *Cent. Eur. J. Phys.* – 2013 – **3**, № 11. – P. 375–379.
10. *Куліш В.В. Спінові хвилі у довільній феромагнітній наносистемі з трансляційною симетрією. Нанотрубка кругового перерізу. Нанотрубка еліптичного перерізу* // *Журнал нано- та електронної фізики.* – 2014. – **6**, № 2. – 02021.
11. *Куліш В.В. Спінові хвилі у феромагнітній плівці з періодичною системою антиточок* // *Журнал нано- та електронної фізики.* – 2015. – **7**, № 1. – 01020.
12. *Горобець Ю.І., Куліш В.В. Спінові коливання у феромагнітній нанооболонці типу “нанорис”* // *Металофізика та новітні технології.* – 2014. – № 8. – С. 1023–1033.

References

- [1] M. Madami *et al.*, “Direct observation of a propagating spin wave induced by spin-transfer torque”, *Nature Nanotechnol.*, vol. 6, pp. 635–638, 2011. doi: 10.1038/nnano.2011.140
- [2] T. Schneider *et al.*, “Realization of spin-wave logic gates”, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 92, 022505, 2008. doi: 10.1063/1.2834714
- [3] V.V. Kruglyak *et al.*, “Magnonics”, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 43, 264001, 2010. doi: 10.1088/0022-3727/43/26/260301
- [4] S.D. Bader and S.S.P. Parkin, “Spintronics”, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.*, vol. 1, pp. 71–88, 2010. doi: 10.1146/annurev-conmatphys-070909-104123
- [5] M. Bauer *et al.*, “Observation of spatiotemporal self-focusing of spin waves in magnetic films”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, 3769, 1998. doi: 10.1103/PhysRevLett.81.3769
- [6] R. Arias and D.L. Mills, “Theory of spin excitations and the microwave response of cylindrical ferromagnetic nanowires”, *Phys. Rev. B.*, vol. 63, 134439, 2001. doi: 10.1103/PhysRevB.63.134439
- [7] F.G. Aliev *et al.*, “Spin waves in circular soft magnetic dots at the crossover between vortex and single domain state”, *Phys. Rev. B.*, vol. 79, 174433, 2009. doi: 10.1103/PhysRevB.79.174433
- [8] Y.I. Gorobets and V.V. Kulish, “Dipole-exchange spin waves in a periodically layered ferromagnetic nanotube”, *Functional Materials*, vol. 20, pp. 516–522, 2013. doi: 10.15407/fm20.04.516
- [9] Yu.I. Gorobets and V.V. Kulish, “Dipole-exchange spin excitations in a thin ferromagnetic nanoshell”, *Cent. Eur. J. Phys.*, vol. 3, pp. 375–379, 2013. doi: 10.2478/s11534-013-0172-x
- [10] V.V. Kulish, “Spin waves in an arbitrary ferromagnetic nanosystem with a translational symmetry. Nano-tube with a round cross-section. Nanotube with an elliptic cross-section”, *Zhurnal Nano- ta Elektronnoyi Fizyky*, vol. 6, 02021, 2014 (in Ukrainian).
- [11] V.V. Kulish, “Spin waves in a ferromagnetic film with a periodic system of antidots”, *Zhurnal Nano- ta Elektronnoyi Fizyky*, vol. 7, 01020, 2015 (in Ukrainian).
- [12] Yu.I. Gorobets and V.V. Kulish, “Spin excitations in ‘nanorice’-type ferromagnetic nanoshell”, *Metaloфізика ta Novitni Tekhnologii*, no. 8, pp. 1023–1033, 2014 (in Ukrainian).

В.В. Куліш

МАГНІТНІ СПІН-ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОСИСТЕМ РІЗНОЇ ФОРМИ. ОСОБЛИВОСТІ ВРАХУВАННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ ПРИ ЗНАХОДЖЕННІ СПЕКТРА ЗНАЧЕНЬ ХВИЛЬОВОГО ЧИСЛА

Проблематика. Продовжується дослідження лінійних дипольно-обмінних спінових хвиль у ферромагнітних наносистемах, розпочате автором у попередніх роботах. Відомі роботи, що досліджують дипольно-обмінні спінові хвилі, дають змогу знайти їх спектральні характеристики тільки для вузького кола спеціальних випадків. У пропонованій статті описується та застосовується підхід, що дає можливість суттєво розширити зазначене коло.

Мета дослідження. Розробка методики отримання спектральних характеристик дипольно-обмінних спінових хвиль у низці конфігурацій наносистем, що базується на використанні граничних умов, а також застосування цієї методики до конкретних конфігурацій.

Методика реалізації. Пропонується методика отримання спектра значень хвильових чисел дипольно-обмінних спінових хвиль у ферромагнітних наносистемах низки типових конфігурацій, яка не потребує специфічних припущень типу відсутності поперечних спінових збуджень чи наявності металу високої провідності ззовні ферромагнетика. Методика використовує накладання граничних умов для магнітного поля та намагніченості на границі ферромагнітного середовища для лінійної спінової хвилі в магнітостатичному наближенні. Такий підхід дає змогу отримати зазначені спектральні характеристики для більш широкого кола випадків, ніж у відомих попередніх роботах.

Результати дослідження. Результатами проведеного дослідження є умови на магнітний потенціал лінійної спінової хвилі на границі ферромагнітної наносистеми, які слідує із зазначених вище граничних умов, а також отриманий із цих умов на потенціал спектр значень хвильових чисел такої хвилі для досліджуваних наносистем (у неявному вигляді). Зокрема, для ферромагнітної наносистеми довільного перерізу з одновимірною трансляційною симетрією записано умови, що задають зазначений спектр. Такі умови конкретизовано – й отримано вираз для зазначеного спектра в неявному вигляді – для випадку, коли зазначена наносистема є нанотрубкою колового перерізу. Проведено аналіз одержаних результатів.

Висновки. Отримані вирази для спектра значень хвильових чисел досліджуваних спінових хвиль можуть бути використані для більш широкого кола випадків, ніж у попередніх роботах, присвячених досліджуванім конфігураціям наносистем. Для нанотрубки колового перерізу за малих (порівняно зі зворотним характерним розміром перерізу нанотрубки) значень поздовжнього хвильового числа залежність від останньої поперечного хвильового числа є слабкою, як і за великих відношень поздовжньої до поперечної компоненти хвильового числа. Отриману залежність проілюстровано також графічно.

Ключові слова: спінові хвилі; наномагнетизм; дипольно-обмінна теорія; граничні умови.

В.В. Куліш

МАГНИТНЫЕ СПИН-ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ФЕРРОМАГНИТНЫХ НАНОСИСТЕМ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ. ОСОБЕННОСТИ УЧЕТА ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ НАХОЖДЕНИИ СПЕКТРА ЗНАЧЕНИЙ ВОЛНОВОГО ЧИСЛА

Проблематика. Продолжается исследование линейных дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных наносистемах, начатое автором в предыдущих работах. Известные работы, исследующие дипольно-обменные спиновые волны, позволяют найти их спектральные характеристики только для узкого круга специальных случаев. В предлагаемой статье описывается и применяется подход, позволяющий существенно расширить указанный круг.

Цель исследования. Разработка методики получения спектральных характеристик дипольно-обменных спиновых волн в ряде конфигураций наносистем, основанной на использовании граничных условий, а также применение этой методики к конкретным конфигурациям.

Методика реализации. Предлагается методика получения спектра значений волновых чисел дипольно-обменных спиновых волн в ферромагнитных наносистемах ряда типовых конфигураций, которая не требует специфических предположений типа отсутствия поперечных спиновых возмущений или наличия металла высокой проводимости вне ферромагнетика. Методика использует наложение граничных условий для магнитного поля и намагнитченности на границе ферромагнитной среды для линейной спиновой волны в магнитостатическом приближении. Такой подход позволяет получение указанных спектральных характеристик для более широкого круга случаев, чем в известных предыдущих работах.

Результаты исследования. Результатами проведенного исследования являются условия на магнитный потенциал линейной спиновой волны на границе ферромагнитной наносистемы, которые следуют из указанных граничных условий, а также полученный из этих условий на потенциал спектр значений волновых чисел такой волны для исследуемых наносистем (в неявном виде). В частности, для ферромагнитной наносистемы произвольного сечения с одномерной трансляционной симметрией записаны условия, задающие указанный спектр. Такие условия конкретизированы – и получено выражение для указанного спектра в неявном виде – для случая, когда указанная наносистема является нанотрубкой кругового сечения. Проведен анализ полученных результатов.

Выводы. Полученные выражения для спектра значений волновых чисел исследуемых спиновых волн могут быть использованы для более широкого круга случаев, чем в предыдущих работах, посвященных исследуемым конфигурациям наносистем. Для нанотрубки кругового сечения при малых (по сравнению с обратным характерным размером сечения нанотрубки) значениях продольного волнового числа зависимость от последней поперечного волнового числа является слабой, как и при больших отношениях продольной компоненты волнового числа к поперечной. Полученная зависимость проиллюстрирована также графически.

Ключевые слова: спиновые волны; наномагнетизм; дипольно-обменная теория; граничные условия.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
КПІ ім Ігоря Сікорського

Надійшла до редакції
26 червня 2017 року